



REPUBLIK INDONESIA
KEMENTERIAN HUKUM DAN HAK ASASI MANUSIA

SURAT PENCATATAN CIPTAAN

Dalam rangka perlindungan ciptaan di bidang ilmu pengetahuan, seni dan sastra berdasarkan Undang-Undang Nomor 28 Tahun 2014 tentang Hak Cipta, dengan ini menerangkan:

Nomor dan tanggal permohonan : EC00201852219, 1 November 2018

Pencipta

Nama : **Ismah, Arlin Astriyani, , dkk**
Alamat : Jl. H. Hasan No. 21A RT. 001 RW. 010 Kelurahan Baru Kecamatan Pasar Rebo , Jakarta Timur, Dki Jakarta, 13780
Kewarganegaraan : Indonesia

Pemegang Hak Cipta

Nama : **Ismah , Arlin Astriyani , , dkk**
Alamat : Jl. H. Hasan No. 21A RT. 001 RW. 010 Kelurahan Baru Kecamatan Pasar Rebo , Jakarta Timur, Dki Jakarta, 13780
Kewarganegaraan : Indonesia

Jenis Ciptaan : **Buku**
Judul Ciptaan : **Soal-Soal Matematika Dan Penyelesaiannya SMA/SMK Sederajat (KMAP 2)**

Tanggal dan tempat diumumkan untuk pertama kali di wilayah Indonesia atau di luar wilayah Indonesia : 21 April 2017, di Jakarta

Jangka waktu perlindungan : Berlaku selama hidup Pencipta dan terus berlangsung selama 70 (tujuh puluh) tahun setelah Pencipta meninggal dunia, terhitung mulai tanggal 1 Januari tahun berikutnya.

Nomor pencatatan : 000122771

adalah benar berdasarkan keterangan yang diberikan oleh Pemohon.

Surat Pencatatan Hak Cipta atau produk Hak terkait ini sesuai dengan Pasal 72 Undang-Undang Nomor 28 Tahun 2014 tentang Hak Cipta.

a.n. MENTERI HUKUM DAN HAK ASASI MANUSIA
DIREKTUR JENDERAL KEKAYAAN INTELEKTUAL



Dr. Freddy Harris, S.H., LL.M., ACCS.
NIP. 196611181994031001

LAMPIRAN PENCIPTA

No	Nama	Alamat
1	Ismah	Jl. H. Hasan No. 21A RT. 001 RW. 010 Kelurahan Baru Kecamatan Pasar Rebo
2	Arlin Astriyani	Dusun Ampel No. 912 RT. 005 RW. 003 Desa Karangtawang Kecamatan Nusawungu
3	Hastri Rosiyanti	Jl. Peta Barat, Gg. Gondang 3. RT. 006 RW. 013. No. 24, Kelurahan Kalideres Kecamatan Kalideres
4	Rahmita Nurul Muthmainah	Griya Kebraon Utama 2 DG-5 RT. 003 RW. 010, Kelurahan Kebraon Kecamatan Karang Pilang
5	Ririn Widiyasari	Perum Green Avenue No.6A Jl. Beringin, RT.002 RW.004 Kelurahan Rawakalong, Kecamatan Gunung Sindur
6	Viarti Eminita	Dusun Adirejo RT. 003 RW. 002 Kelurahan Banarjoyo Kecamatan Batanghari

LAMPIRAN PEMEGANG

No	Nama	Alamat
1	Ismah	Jl. H. Hasan No. 21A RT. 001 RW. 010 Kelurahan Baru Kecamatan Pasar Rebo
2	Arlin Astriyani	Dusun Ampel No. 912 RT. 005 RW. 003 Desa Karangtawang Kecamatan Nusawungu
3	Hastri Rosiyanti	Jl. Peta Barat, Gg. Gondang 3. RT. 006 RW. 013. No. 24, Kelurahan Kalideres Kecamatan Kalideres
4	Rahmita Nurul Muthmainah	Griya Kebraon Utama 2 DG-5 RT. 003 RW. 010, Kelurahan Kebraon Kecamatan Karang Pilang
5	Ririn Widiyasari	Perum Green Avenue No.6A Jl. Beringin, RT.002 RW.004 Kelurahan Rawakalong, Kecamatan Gunung Sindur
6	Viarti Eminita	Dusun Adirejo RT. 003 RW. 002 Kelurahan Banarjoyo Kecamatan Batanghari



Buku ini berisi soal-soal matematika, beserta penyelesaiannya, pada kegiatan KMAP (Kompetisi Matematika Antar Pelajar) tingkat SMA/SMK/ sederajat yang diselenggarakan oleh Prodi Pendidikan Matematika Fakultas Ilmu Pendidikan Universitas Muhammadiyah Jakarta.

Soal-Soal Matematika SMA/SMK Beserta Penyelesaiannya

KMAP-2

Soal-Soal Matematika BESERTA PENYELESAIANNYA

SMA / SMK SEDERAJAT

KMAP-2
(Kompetisi Matematika Antar Pelajar)

TIM PENYUSUN :

Ismah
Arlin Astriyani
Hasri Rosiyanti
Rahmita Nurul Muchmainah
Ririn Widiyasari
Vianti Eminita



FAKULTAS ILMU PENDIDIKAN
UNIVERSITAS MUHAMMADIYAH JAKARTA

E-mail : fip@umj.ac.id | Website : www.fip.umj.ac.id

ISBN 978-602-74522-6-8



FAKULTAS ILMU PENDIDIKAN UMJ

**SOAL-SOAL MATEMATIKA
BESERTA PENYELESAIANNYA
TINGKAT SMA/MA/SMK SEDERAJAT**

K M A P - 2

Kompetisi Matematika Antar Delajar

**ISMAH
ARLIN ASTRIYANI
HASTRI ROSIYANTI
RAHMITA NURUL MUTHMAINNAH
RIRIN WIDIYASARI
VIARTI EMINITA**

Fakultas Ilmu Pendidikan UMJ

Perpustakaan Nasional RI : Katalog Dalam Terbitan (KDT)

**Soal-Soal Matematika Beserta Penyelesaiannya
Tingkat SMA/MA/SMK Sederajat
KMAP-2**

Penulis :

Ismah	Rahmita Nurul Muthmainnah
Arlin Astriyani	Ririn Widiyasari
Hastri Rosiyanti	Viarti Eminita

Desain Sampul dan Tata Letak :

Rahmita Nurul Muthmainnah

ISBN : 978-602-74522-6-8

Diterbitkan Oleh :

Fakultas Ilmu Pendidikan Universitas Muhammadiyah Jakarta
Jln. K.H. Ahmad Dahlan, Cirendeui, Ciputat

Telp : (021) 7442028 Fax: (021) 7442330

E-mail : fip_umj@yahoo.co.id Website : <http://www.fipumj.net>

Cetakan Pertama, April 2017

Hak cipta dilindungi undang-undang.

*Dilarang mengutip atau memperbanyak sebagian atau seluruh isi
buku ini tanpa izin tertulis dari penerbit.*

KATA PENGANTAR

Segala puji dan syukur kami ucapkan kehadirat Allah SWT, karena atas ijin-Nya jugalah kami dapat menyelesaikan buku KMAP Soal-Soal Matematika Beserta Penyelesaiannya untuk tingkat SMA/MA/SMK sederajat.

KMAP (Kompetisi Matematika Antar Pelajar) merupakan kegiatan rutin tahunan yang diselenggarakan oleh Prodi Pendidikan Matematika, Fakultas Ilmu Pendidikan, Unibersitas Muhammadiyah Jakarta. Dalam pelaksanaan kegiatan KMAP tersebut, terdapat 3 tahapan seleksi (seleksi tahap I, tahap II, dan tahap III) yang mana dalam setiap tahapannya, peserta menyelesaikan soal-soal matematika sebanyak 30 soal.

Buku ini berisi tentang kumpulan soal-soal matematika (dilengkapi dengan pembahasannya) pada kegiatan KMAP tersebut. Materi soal dalam buku ini disusun berdasarkan SK-KD SMA/MA/SMK sederajat. Diharapkan dengan adanya buku ini, siswa dapat berlatih menyelesaikan soal-soal matematika, serta dapat menambah wawasan mereka dalam matematika. Secara khusus bagi siswa/siswi SMA/MA/SMK sederajat yang

hendak mengikuti kegiatan KMAP, buku ini dapat digunakan sebagai bahan latihan serta gambaran sebelum mengikuti kompetisi.

Akhir kata dengan segala kerendahan hati kami, bila ada kritik serta saran dari pembaca akan kami terima dengan senang hati. Tak lupa kami ucapkan terimakasih kepada semua pihak yang telah membatu hingga terwujudny buku ini. Mudah-mudahan buku ini dapat bermanfaat bagi para pembaca.

Jakarta, April 2017

Tim Penulis

DAFTAR ISI

Kata Pengantar	iii
Daftar Isi	v
Soal Kompetisi Seleksi I	1
Soal Kompetisi Seleksi II	13
Soal Kompetisi Seleksi III	26
Kunci Jawaban	40
Pembahasan Soal Kompetisi Seleksi I	42
Pembahasan Soal Kompetisi Seleksi II	61
Pembahasan Soal Kompetisi Seleksi III	79

SOAL KOMPETISI
SELEKSI I

1. Suku ketiga suatu barisan aritmatika adalah 10. Jika jumlah suku ke $- 5$ dan suku ke $- 7$ barisan tersebut adalah 38, maka suku kedua adalah ...
 - A. 4
 - B. 5
 - C. 6
 - D. 7
 - E. 8

2. Seorang ayah membagikan sejumlah uang kepada lima anaknya dengan membentuk barisan aritmatika. Anak tertua mendapatkan bagian terbanyak dan anak termuda mendapatkan bagian paling sedikit. Jika anak kedua mendapatkan Rp 21.000 dan anak termuda mendapatkan Rp 12.000. Maka jumlah seluruh uang yang dibagikan ayah adalah ...

A. Rp 80.000	D. Rp 92.000
B. Rp 84.000	E. Rp 98.000
C. Rp 90.000	

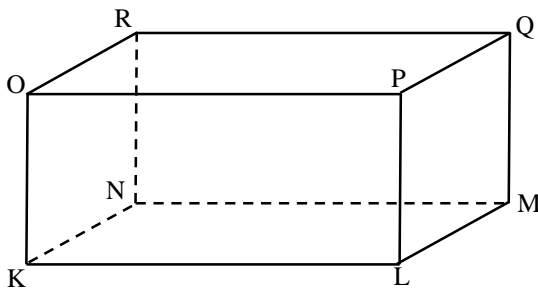
3. Jika jumlah n suku pertama barisan aritmatika adalah $S_n = 2n^2 + 4n$, maka suku ke-20 barisan tersebut adalah ...
- A. 80
B. 82
C. 83
D. 85
E. 90
4. Jumlah n suku pertama suatu barisan aritmatika adalah $S_n = 52n - 2n^2$, rumus suku ke- n barisan tersebut adalah ...
- A. $-4n + 54$
B. $-4n + 52$
C. $-4n + 50$
D. $-4n + 48$
E. $-4n + 46$
5. Jika jumlah n suku pertama suatu deret geometri adalah $S_n = \frac{1}{4}(2^n - 1)$, maka suku ke-7 deret itu adalah ...
- A. 16
B. 32

- C. 64
- D. 128
- E. 256

6. Diketahui kubus ABCD.EFGH dengan panjang sisi 8 cm. Jika titik T berada di tengah-tengah BC maka jarak antara titik T dengan titik E adalah ... cm

- A. 10
- B. 12
- C. 15
- D. 16
- E. 17

7. Diketahui balok KLMN.OPQR seperti pada gambar di bawah ini. Besar sudut yang terbentuk antara garis MN dan LR sama dengan besar sudut ...



- A. $\angle LRM$
- B. $\angle LRN$
- C. $\angle LRQ$
- D. $\angle LRO$
- E. $\angle NMR$

8. Misal ABCD.EFGH adalah sebuah balok dengan panjang $AB = 15$ cm, $BC = 8$ cm, dan $AE = 7$ cm. Jarak titik A terhadap garis CG adalah ...

- A. 12 cm
- B. 15 cm
- C. 17 cm
- D. 18 cm
- E. 20 cm

9. Pada limas segi empat tegak T.ABCD, diketahui panjang $AB = BC = CD = AD = 12$ cm. Jika $TE = 10$ cm adalah tinggi Limas, maka jarak titik B dengan TE sama dengan ...

- A. $6\sqrt{2}$

- B. $6\sqrt{3}$
- C. 7
- D. 10
- E. $10\sqrt{2}$

10. Besar sudut antara bidang BCHE dan bidang ABCD pada kubus ABCD. EFGH adalah...

- A. 30° .
- B. 45°
- C. 60°
- D. 90°
- E. 180°

11. Akar – akar persamaan $3(2)^{4x} - 21(2)^{2x} + 48 = 0$ adalah x_1 dan x_2 . Nilai $x_1 + x_2 = \dots$

- A. 1
- B. 2
- C. 3
- D. 4
- E. 5

12. Jumlah kuadrat dari semua akar – akar persamaan

$$2^{x^2+x} = 4 \text{ adalah ...}$$

- A. 25
- B. 20
- C. 15
- D. 10
- E. 5

13. Nilai x yang memenuhi $\frac{5^{x+2}}{25^x} = 125 (5)^x$ adalah ...

- A. -1
- B. $-\frac{2}{3}$
- C. $-\frac{1}{2}$
- D. $\frac{1}{2}$
- E. 1

14. Jumlah semua nilai x yang memenuhi persamaan

$$4^{x^2+2x} = 3 - 2^{x^2+2x+1} \text{ adalah ...}$$

- A. 2
- B. -2
- C. 0

D. -1

E. 1

15. Akar-akar persamaan $3^{x+2} + 3^{2-x} = 30$ adalah α dan β , maka nilai $\alpha + \beta = \dots$

A. 4

B. 3

C. 2

D. 1

E. 0

16. Jika y adalah ${}^9 \log 32 \times {}^2 \log 9 - {}^2 \log 25 \times {}^5 \log 4$ maka nilai y adalah \dots

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

E. 5

17. Jika $y = \frac{1}{4} \log 8 \times {}^8 \log 256 \times {}^3 \log \frac{1}{27} \times ({}^4 \log 16)^4$ maka nilai y adalah \dots

- A. 62
- B. 102
- C. 192
- D. 212
- E. 246

18. Jika ${}^4\log 64^{2k+1} = 9$ maka nilai k adalah ...

- A. -2
- B. -1
- C. 0
- D. 1
- E. 2

19. Diketahui $a = {}^2\log 3$ dan $b = {}^2\log 5$, nilai dari ${}^2\log 135$ adalah ...

- A. $3a + b$
- B. $2a + 3b$
- C. $a + 3b$
- D. $3(a + b)$
- E. $3a + 4b$

20. Nilai dari $\frac{1}{4} \log 64 + {}^{125} \log \frac{1}{25} + 3^{4+2} \log \frac{1}{8}$ adalah ...

- A. $\frac{2}{3}$
- B. $\frac{1}{3}$
- C. $-\frac{2}{3}$
- D. $-\frac{1}{3}$
- E. $\frac{1}{5}$

21. Hasil $\int_{-1}^2 (2x^3 - x^2 + 7x + 2) dx = \dots$

- A. 22
- B. $20\frac{2}{3}$
- C. 21
- D. 23
- E. $25\frac{2}{3}$

22. Diketahui $\int_1^P 3x(x + \frac{3}{2}) dx = 34$. Nilai $(-3p + 1) =$

- ...
- A. 8
 - B. 4

- C. 0
- D. -4
- E. -8

23. Gradien garis singgung pada suatu kurva dirumuskan sebagai $dy/dx = 6x - 2$. Apabila kurva tersebut melalui titik A(2,3) maka persamaan kurvanya adalah

...

- A. $Y = 3x^2 + 2x - 5$
- B. $Y = 3x^2 + 2x + 5$
- C. $Y = 3x^2 - 2x - 5$
- D. $Y = 3x^2 - 2x + 5$
- E. $Y = -3x^2 - 2x + 5$

24. Tentukan hasil dari $\int 5 \sin 5x \cos 3x \, dx$

- A. $-\frac{5}{4} \cos 8x$
- B. $-\frac{5}{4} \cos 2x - \frac{5}{4} \cos 8x$
- C. $-\frac{5}{4} \cos 8x + \frac{5}{4} \cos 2x$
- D. $-\frac{5}{16} \cos 8x - \frac{5}{4} \cos 2x$
- E. $-\frac{5}{16} \cos 2x - \frac{5}{4} \cos 8x$

25. Luas daerah yang dibatasi oleh $y = 3 \sin x$; $x = \frac{\pi}{2}$;

$x = \frac{3\pi}{2}$ dan sumbu x adalah ...

- A. 2 satuan luas
- B. 3 satuan luas
- C. 4 satuan luas
- D. 5 satuan luas
- E. 6 satuan luas

26. Diketahui fungsi $f(x) = 2x - 5$ dan $g(x) = x^2 + 2x - 2$. Komposisi fungsi $(g \circ f)(x) = \dots$

- A. $2x^2 + 4x - 9$
- B. $2x^2 - 4x + 9$
- C. $4x^2 - 16x + 13$
- D. $4x^2 + 16x - 13$
- E. $4x^2 - 13x - 9$

27. Diketahui fungsi $f(x) = x^2 + 3x - 7$ dan $g(x) = x^2 + 2$. Nilai dari $(f \circ g)(2) = \dots$

- A. 11
- B. 14
- C. 17
- D. 47
- E. 74

28. Diketahui fungsi $f(x) = x^2 - 5x + 2$ dan $(f \circ g)(x) = 4x^2 - 22x + 26$. Fungsi $g(x) = \dots$

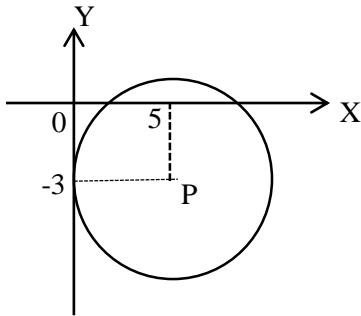
- A. $2x + 3$
- B. $-2x + 3$
- C. $-2x - 3$
- D. $-2x + 8$
- E. $2x - 8$

29. Diketahui fungsi $g(x) = 3x + 7$ dan $(f \circ g)(x) = 9x^2 + 27x + 16$. Fungsi $f(x) = \dots$

- A. $x^2 - 5x + 2$
- B. $x^2 + 5x + 2$
- C. $x^2 - 2x + 5$
- D. $x^2 + 2x + 5$
- E. $x^2 - 5x - 2$

30. Diketahui fungsi $f(x) = x^2 + 6x + 13$ dan $(f \circ g)(x) = x^2 + 8x + 20$. Fungsi $g(5) = \dots$

- A. -6
- B. -12
- C. 12
- D. -21
- E. 21



- A. $(x - 5)^2 + (y + 3)^2 = 5$
 B. $(x - 5)^2 + (y + 3)^2 = 10$
 C. $(x + 5)^2 + (y - 3)^2 = 25$
 D. $(x - 5)^2 + (y + 3)^2 = 25$
 E. $(x - 5)^2 + (y - 3)^2 = 30$
8. Titik pusat dan jari-jari lingkaran $2x^2 + 2y^2 + 12x - 4y + 2 = 0$ adalah ...
- A. $(-3, 1)$ dan 3
 B. $(3, 1)$ dan 3
 C. $(-3, 1)$ dan 6
 D. $(3, -1)$ dan 6
 E. $(-3, -1)$ dan 6

9. Persamaan lingkaran yang berpusat di titik $(4, -1)$ dan menyinggung garis $3x - 4y + 4 = 0$ adalah ...

A. $(x - 4)^2 + (y + 1)^2 = 5^2$

B. $(x - 4)^2 + (y - 1)^2 = 5^2$

C. $(x - 4)^2 + (y - 1)^2 = 4$

D. $(x - 4)^2 + (y + 1)^2 = 4^2$

E. $(x - 5)^2 + (y + 1)^2 = 4^2$

10. Persamaan garis singgung lingkaran $(x + 3)^2 + (y - 4)^2 = 17$ yang bergradien 4 adalah ...

A. $y_1 = 4x + 17$ dan $y_2 = 4x - 5$

B. $y_1 = 4x + 25$ dan $y_2 = 4x - 4$

C. $y_1 = 4x + 28$ dan $y_2 = 4x - 3$

D. $y_1 = 4x + 30$ dan $y_2 = 4x - 2$

E. $y_1 = 4x + 33$ dan $y_2 = 4x - 1$

11. Diketahui premis-premis berikut :

Premis 1 : Jika Heru mengadakan pesta, maka semua temannya datang

Premis 2 : Jika semua temannya datang, maka ia mendapat kado

Premisi 3 : Heru tidak mendapatkan kado

Kesimpulan dari ketiga premis tersebut adalah ...

- A. Heru mengadakan pesta
 - B. Heru tidak mengadakan pesta
 - C. Semua temannya datang
 - D. Semua temannya tidak datang
 - E. Tidak semua temannya datang
12. Negasi / ingkaran dari pernyataan “Ada binatang laut yang tidak bertelur atau tidak bernafas dengan insang” adalah ...
- A. Semua binatang laut bertelur dan bernafas dengan insang
 - B. Semua binatang laut tidak bertelur dan tidak bernafas dengan insang
 - C. Ada binatang laut yang bertelur atau bernafas dengan insang
 - D. Ada binatang laut yang tidak bertelur atau tidak bernafas dengan insang
 - E. Ada binatang laut tidak bertelur dan tidak bernafas dengan insang, tetapi ada juga binatang laut yang bertelur dan bernafas dengan insang

13. Pernyataan “Jika Zaky juara maka ia mendapat hadiah” setara dengan pernyataan ...
- A. Jika Zaky tidak mendapat hadiah maka ia juara
 - B. Zaky juara tetapi ia tidak mendapat hadiah
 - C. Zaky juara dan ia mendapat hadiah
 - D. Zaky tidak juara atau ia mendapat hadiah
 - E. Zaky tidak mendapat hadiah dan ia tidak juara
14. Negasi / ingkaran dari pernyataan “Jika semua peserta datang tepat waktu maka acara dimulai” adalah ...
- A. Peserta datang tepat waktu atau acara dimulai
 - B. Peserta datang tepat waktu dan acara dimulai
 - C. Semua peserta datang tepat waktu dan acara tidak dimulai
 - D. Ada peserta datang terlambat
 - E. Acara tidak dimulai
15. Diketahui premis-premis berikut:
Premis 1 : Jika Desi tidak belajar, maka nilai ujian
Desi jelek

Premis 2 : Jika nilai ujian Desi jelek, maka ia tidak bisa lulus

Negasi / ingkaran dari kesimpulan kedua premis tersebut adalah ...

- A. Jika nilai ujian Desi jelek, maka ia tidak belajar
- B. Jika Desi tidak belajar, maka ia tidak bisa lulus
- C. Desi tidak belajar dan nilainya jelek
- D. Desi tidak belajar dan ia bisa lulus
- E. Desi tidak bisa lulus karena tidak belajar

16. Dari angka-angka 2, 3, 4, 5 dan 6 akan dibuat bilangan ratusan dengan syarat tidak boleh angka yang diulang. Tentukan banyaknya bilangan yang dapat dibentuk ...

- A. 30
- B. 40
- C. 50
- D. 60
- E. 70

17. Jika $\frac{(n+1)!}{(n-1)!} = 20$, $n = \dots$

- A. 1
- D. 4

- C. $x = 1$ atau $x = -2$
- D. $x = 1$ atau $x = 2$
- E. $x = -3$ atau $x = 4$

23. Persamaan kuadrat $x^2 - 7x + 12 = 0$ mempunyai akar-akar x_1 dan x_2 . Persamaan kuadrat yang akar-akarnya $x_1 - 2$ dan $x_2 - 2$ adalah ...

- A. $x^2 - 2x + 3 = 0$
- B. $x^2 - 2x + 3 = 0$
- C. $x^2 + 3x - 2 = 0$
- D. $x^2 - 3x + 2 = 0$
- E. $x^2 + 3x + 2 = 0$

24. Titik balik fungsi $f(x) = 2(x + 3)^2 + 5$ adalah ...

- A. $(-3, 27)$
- B. $(2, 55)$
- C. $(0, 23)$
- D. $(1, 37)$
- E. $(-3, 5)$

C. (2, -3)

28. Titik $P(x, y)$ dicerminkan terhadap garis $x = 3$ menghasilkan bayangan titik $P'(5, -1)$. Maka koordinat titik P adalah ...

A. (0, 0)

B. (1, 1)

C. (1, -1)

D. (-1, 1)

E. (-1, -1)

29. Lingkaran $x^2 + y^2 - 6x + 2y + 1 = 0$ jika dilatasi dengan pusat $A(2, 5)$ dan skala 3 maka persamaan bayangannya adalah ...

A. $x^2 + y^2 - 10x + 26y + 105 = 0$

B. $x^2 + y^2 + 10x - 26y + 105 = 0$

C. $x^2 + y^2 - 10x + 26y - 105 = 0$

D. $x^2 + y^2 + 10x + 26y + 105 = 0$

E. $x^2 + y^2 - 10x - 26y - 105 = 0$

30. Diketahui matriks transformasi $T_1 = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$ dan

$T_2 = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$. Hasil transformasi titik $(-1, 3)$

terhadap T_1 dilanjutkan T_2 adalah ...

- A. $(-3, -5)$
- B. $(3, -5)$
- C. $(-3, 5)$
- D. $(-8, 4)$
- E. $(8, -4)$

18.000.000. Tentukan biaya minimal yang harus disediakan.

- A. Rp. 800.000.000.
- B. Rp. 805.000.000.
- C. Rp. 810.000.000.
- D. Rp. 815.000.000.
- E. Rp. 820.000.000.

3. Seorang pedagang mempunyai dagangan roti merk A dan merk B. Roti A dibeli dengan harga Rp 6000 per bungkus dan dijual dengan laba Rp 400 per bungkus, sedangkan roti B dibeli dengan harga Rp 3000 per bungkus dan dijual dengan laba Rp 300 per bungkus. Pedagang itu hanya mempunyai modal Rp 240.000 dan kiosnya hanya dapat menampung paling banyak 500 bungkus roti. Keuntungan maksimum yang dapat diperoleh si pedagang adalah ...

- A. 150.000
- B. 160.000
- C. 170.000
- D. 180.000
- E. 190.000

4. Seorang pedagang beras hendak mengangkut 60 ton beras dari gudang ke tokonya. Untuk keperluan tersebut, ia menyewa dua jenis kendaraan, yaitu truk dan pick-up. Dalam sekali jalan, satu truk dapat mengangkut 3 ton beras, sedangkan pick-up dapat mengangkut 2 ton beras. Untuk sekali jalan, biaya sewa truk adalah Rp 50.000, sedangkan pick-up Rp 40.000. Dengan cara sewa seperti ini, pedagang beras tersebut diharuskan menyewa kedua kendaraan itu sekurang-kurangnya 24 kendaraan. Biaya minimum tersebut yang dapat dikelurakan adalah ...
- A. Rp 1.000.000.
 - B. Rp 1.050.000.
 - C. Rp 1.080.000.
 - D. Rp 1.100.000.
 - E. Rp 1.120.000.
5. Suatu pabrik farmasi memproduksi dua jenis tablet, yaitu jenis I dan jenis II. Setiap tablet jenis I mengandung 6 mg vitamin A, 2 mg vitamin B₁ dan 2 mg vitamin B₂. Setiap tablet jenis II mengandung 1 mg vitamin A, 1 mg vitamin B₁, dan 2 mg vitamin B₂.

Persediaan vitamin A, vitamin B₁ dan vitamin B₂ berturut-turut 0,12 kg, 0,08 kg, dan 0,12 kg. Harga jual 1 tablet jenis I adalah Rp 1.000 dan jenis II adalah Rp 800. Berapa pendapatan maksimum yang dapat diperoleh?

- A. Rp 50.400.000
- B. Rp 50.500.000
- C. Rp 50.600.000
- D. Rp 50.700.000
- E. Rp 50.800.000

6. Jika $f(x) = ax + 3$, $a \neq 0$ dan $f^{-1}(f^{-1}(9)) = 3$, maka nilai $a^2 + a + 9$ adalah ...

- A. 9
- B. 10
- C. 11
- D. 12
- E. 13

7. $f^{-1}(x)$ dan $g^{-1}(x)$ menyatakan invers dari fungsi $f(x)$ dan $g(x)$.

Jika $h(x) = 2x + 1$ dan $f \circ g \circ h(x^2) = 8x^2 + 2$, maka nilai dari $g^{-1} \circ f^{-1}(2)$ adalah ...

- A. 1
- B. 2
- C. 3
- D. 4
- E. 5

8. Jika diketahui $f(x) = 2x - 3$ dan $g(x - 1) = \frac{2x^2 + 3}{5x - 1}$, maka nilai dari $g \circ f^{-1}(-2)$ adalah ...

- A. $\frac{12}{11}$
- B. $\frac{13}{15}$
- C. $\frac{11}{12}$
- D. $\frac{15}{13}$
- E. $\frac{12}{13}$

9. Diberikan suku banyak $p(x) = ax^2 + bx + 1$. Jika a dan b dipilih secara acak dari selang $[0, 3]$, maka peluang suku banyak tersebut tidak mempunyai akar adalah ...

- A. $\frac{1}{2}$
- B. $\frac{2}{3}$
- C. $\frac{1}{4}$
- D. $\frac{3}{4}$
- E. $\frac{1}{8}$

10. Diketahui suku banyak $P(x) = x^4 + 2x^3 - 9x^2 - 2x + k$ habis dibagi $x - 2$. Jika $P(x)$ dibagi $x - 1$ sisanya adalah ...

- A. 2
B. -2
C. -1
D. 1
E. 0

11. Jika $\sin \theta + \cos \theta = \frac{1}{2}$, maka $\sin^3 \theta + \cos^3 \theta = \dots$

- A. $\frac{10}{16}$
B. $\frac{11}{16}$
C. $\frac{12}{16}$
D. $\frac{13}{16}$
E. $\frac{14}{16}$

12. Jika sudut α dan β lancip, $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ dan $\sin \beta = \frac{7}{25}$,
 $\cos(\alpha + \beta)$ adalah ...

- A. $\frac{2}{3}$
B. $\frac{3}{5}$
C. $\frac{7}{5}$
D. $\frac{4}{5}$
E. $\frac{5}{24}$

13. θ_1 dan θ_2 memenuhi persamaan $10 \cos 2x + \sin x - 9 = 0$ dengan $\theta_1 > \theta_2$, maka nilai $\csc^2 \theta_1 - \csc^2 \theta_2$ adalah ...

- A. 9
B. -9
C. 3
D. -3
E. 1

14. Nilai dari $\frac{1 - \tan^4 15^\circ}{\sec^4 15^\circ}$ adalah ...

- A. 1
B. 0
C. $\frac{1}{2}$
D. $\frac{1}{2}\sqrt{3}$
E. $\sqrt{3}$

15. Jika nilai $\sin a + \sin b = \sqrt{3}$ dan nilai $\cos a + \cos b = \frac{1}{2}$ maka nilai dari $\cos(a - b)$ adalah ...

- A. $\frac{3}{8}$
B. $\frac{1}{2}$
C. $\frac{5}{8}$
D. $\frac{2}{3}$
E. $\frac{7}{8}$

16. Tentukan turunan untuk $f(x) = (x^2 + 2x + 3)(4x + 5)$

- A. $12x^2 + 26x + 22$
- B. $12x^2 + 24x + 22$
- C. $12x^2 + 26x + 26$
- D. $12x^2 + 22x + 22$
- E. $12x^2 + 24x + 26$

17. Diketahui $f(x) = \frac{x^2+3}{2x+1}$

Jika $f'(x)$ menyatakan turunan pertama $f(x)$, maka $f(0) + 2f'(0) = \dots$

- A. -10
- B. -9
- C. -7
- D. -5
- E. -3

18. Diketahui $f(x) = \sin^3(3 - 2x)$. Turunan pertama fungsi f adalah ...

- A. $6 \sin^2(3 - 2x) \cos(3 - 2x)$
- B. $3 \sin^2(3 - 2x) \cos(3 - 2x)$
- C. $-2 \sin^2(3 - 2x) \cos(3 - 2x)$
- D. $-6 \sin(3 - 2x) \cos(6 - 4x)$
- E. $-3 \sin(3 - 2x) \sin(6 - 4x)$

19. Diketahui fungsi $f(x) = \sin^2(2x + 3)$ dan turunan dari f adalah f' . Maka $f'(x) = \dots$

- A. $4 \sin(2x + 3) \cos(2x + 3)$
- B. $2 \sin(2x + 3) \cos(2x + 3)$
- C. $\sin(2x + 3) \cos(2x + 3)$
- D. $-2 \sin(2x + 3) \cos(2x + 3)$
- E. $-4 \sin(2x + 3) \cos(2x + 3)$

20. Suatu proyek pembangunan gedung sekolah dapat diselesaikan dalam x hari dengan biaya proyek

perhari $\left(3x - 900 + \frac{120}{x}\right)$ ratus ribu rupiah. Agar

biaya minimum maka proyek tersebut diselesaikan dalam waktu ...

- A. 40 hari
- B. 60 hari
- C. 90 hari
- D. 120 hari
- E. 150 hari

21. Diketahui $\vec{a} = p\mathbf{i} - 2\mathbf{j} + q\mathbf{k}$ dan $\vec{b} = (2p + 3)\mathbf{i} - 2\mathbf{j} - 3\mathbf{k}$.

Jika $\vec{a} = -\vec{b}$ maka vektor \vec{a} dapat dinyatakan ...

A. $-\mathbf{i} - 2\mathbf{j} + 2\mathbf{k}$

B. $-\mathbf{i} - 2\mathbf{j} - 2\mathbf{k}$

C. $-\mathbf{i} - 2\mathbf{j} - 3\mathbf{k}$

D. $\mathbf{i} - 2\mathbf{j} - 3\mathbf{k}$

E. $\mathbf{i} - 2\mathbf{j} + 3\mathbf{k}$

22. Diketahui titik-titik A (1, -2, 5), B (2, -4, 4), C(-1, 2, 7). Jika $\vec{a} = \overline{AB}$ dan $\vec{b} = \overline{CA}$ dan $\vec{c} = \vec{b} - \vec{a}$ maka vektor \vec{c} adalah ...

A. (1, 5, 3)

B. (-1, 5, 3)

C. (-1, 0, 3)

D. (-1, 3, 5)

E. (-1, -3, 5)

23. Diketahui vektor $\vec{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ x \end{pmatrix}$ dan $\vec{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}$, dan panjang proyeksi vektor \vec{a} pada \vec{b} adalah 2. Maka nilai $2x = \dots$

- A. -2
- B. -1
- C. 0
- D. 1
- E. 2

24. Diketahui vektor $\bar{u} = 1\mathbf{i} + 2\mathbf{j} + 3\mathbf{k}$ dan $\bar{v} = -2\mathbf{i} + 3\mathbf{j} + \mathbf{k}$ mengapit sudut θ . Maka nilai $\tan \theta$ adalah ...

- A. $\sqrt{2}$
- B. $\sqrt{3}$
- C. 0
- D. $\frac{1}{2}\sqrt{3}$
- E. 1

25. Diketahui vektor-vektor $\bar{a} = s\mathbf{i} + t\mathbf{j} + 5\mathbf{k}$, $\bar{b} = -\mathbf{i} + 2\mathbf{j} + (3s + 2)\mathbf{k}$, dan $\bar{c} = -2t\mathbf{i} - \mathbf{j} + 7\mathbf{k}$. Jika \bar{a} dan \bar{c} masing-masing tegak lurus pada \bar{b} , maka $\frac{1}{2}(7\bar{a} - \bar{b}) = \dots$

- A. $2\mathbf{i} - 3\mathbf{j} - 3\mathbf{k}$
- B. $5\mathbf{i} - 17\mathbf{j} - 3\mathbf{k}$
- C. $-7\mathbf{i} + 14\mathbf{j} - 8\mathbf{k}$
- D. $6\mathbf{i} - 1\mathbf{j} + 7\mathbf{k}$
- E. $-1\mathbf{i} + 2\mathbf{j} - 8\mathbf{k}$

26. Diketahui : Data A = 8, 11, 13, 14, 16, X

Data B = (8,5), (8), (7,5), (6,5), (6,5),
(6,5), (5,5)

Jika rata-rata dari A sama dengan dua kali rata – rata dari B, maka nilai X adalah ...

- | | |
|-------|-------|
| A. 20 | D. 23 |
| B. 21 | E. 24 |
| C. 22 | |

27. Diketahui data yang terdiri dari tiga pengamatan, Rata-ratanya sama dengan 49 dan median sama dengan 49. Jika selisih pengamatan terbesar dengan yang terkecil adalah 6, maka nilai pengamatan terbesar tersebut adalah ...

- | | |
|-------|-------|
| A. 49 | D. 53 |
| B. 51 | E. 55 |
| C. 52 | |

28. Diketahui data terurut $(2x - 1), 2x, (3x - 2), (2x + 2), (4x - 2),$ dan $(7x - 3)$. Jika jangkauan data adalah 13. Ragam data adalah ...

- A. $8\frac{2}{3}$ D. $28\frac{2}{3}$
B. $18\frac{2}{3}$ E. $34\frac{2}{3}$
C. $20\frac{2}{3}$

29. Kuartil bawah dari data pada tabel di bawah adalah

...

Data	Frekuensi
20 - 25	4
26 - 31	6
32 - 37	6
38 - 43	9
44 - 49	11
50 - 55	8
56 - 61	4

- A. 32,5 D. 34
B. 33 E. 34,5
C. 33,5

30. Berikut data nilai ujian siswa kelas XII IPA

Nilai Ujian	Frekuensi
51 - 60	5
61 - 70	10
71 - 80	2k
81 - 90	8
91 - 100	12

Jika median dari data diatas adalah 78 maka nilai k adalah ...

- A. 5
- B. 10
- C. 14
- D. 15
- E. 20

KUNCI JAWABAN

Kompetisi Seleksi I

- | | | |
|-------|-------|-------|
| 1. D | 11. B | 21. C |
| 2. C | 12. E | 22. E |
| 3. B | 13. C | 23. C |
| 4. A | 14. B | 24. D |
| 5. A | 15. E | 25. E |
| 6. B | 16. A | 26. C |
| 7. C | 17. C | 27. D |
| 8. C | 18. D | 28. D |
| 9. A | 19. A | 29. A |
| 10. B | 20. C | 30. B |

Kompetisi Seleksi II

- | | | |
|------|-------|-------|
| 1. B | 11. B | 21. D |
| 2. C | 12. A | 22. A |
| 3. A | 13. D | 23. D |
| 4. E | 14. C | 24. E |
| 5. C | 15. C | 25. E |
| 6. B | 16. D | 26. D |
| 7. D | 17. D | 27. E |

- | | | |
|-------|-------|-------|
| 8. A | 18. C | 28. C |
| 9. D | 19. E | 29. A |
| 10. E | 20. C | 30. D |

Kompetisi Seleksi III

- | | | |
|-------|-------|-------|
| 1. E | 11. B | 21. C |
| 2. C | 12. B | 22. C |
| 3. D | 13. B | 23. A |
| 4. C | 14. D | 24. A |
| 5. A | 15. C | 25. B |
| 6. C | 16. A | 26. C |
| 7. A | 17. B | 27. C |
| 8. D | 18. E | 28. B |
| 9. C | 19. A | 29. C |
| 10. E | 20. E | 30. A |

**PEMBAHASAN SOAL
KOMPETISI SELEKSI I**

1) $U_3 = 10$
 $a + 2b = 10$ (*)
 $U_5 + U_7 = 38$
 $(a + 4b) + (a + 6b) = 38$
 $2a + 10b = 38$
 $a + 5b = 19$ (**)

Dari (*) dan (**):

$a + 2b = 10$	$a + 2b = 10$
$a + 5b = 19$ -	$a + 2(3) = 10$
$-3b = -9$	$a = 4$
$b = 3$	

$U_2 = a + b = 4 + 3 = 7$

Jawab : D

2) $U_2 = 21.000$
 $a + b = 21.000$ (*)
 $U_5 = 12.000$
 $a + 4b = 12.000$ (**)

Dari (*) dan (**):

$$a + b = 21.000$$

$$a + 4b = 12.000 -$$

$$\hline -3b = 9.000$$

$$b = -3.000$$

$$a + b = 21.000$$

$$a + (-3.000) = 21.000$$

$$a = 24.000$$

$$S_n = \frac{n}{2} [2a + (n - 1)b]$$

$$S_5 = \frac{5}{2} [2(24.000) + (5 - 1)(-3.000)]$$

$$= \frac{5}{2} [48.000 - 12.000]$$

$$= \frac{5}{2} [36.000] = 90.000$$

Jawab : C

$$3) U_n = S_n - S_{n-1}$$

$$U_{20} = S_{20} - S_{19}$$

$$= [2(20)^2 + 4(20)] - [2(19)^2 + 4(19)]$$

$$= [2(400) + 80] - [2(361) + 76]$$

$$= 880 - 798 = 82$$

Jawab : B

$$4) S_n = 52n - 2n^2$$

$$= -2n^2 + 52n$$

Rumus Cepat :

$$S_n = pn^2 - qn$$

$$U_n = 2pn + q - p$$

$$\begin{aligned}
 U_n &= 2(-2)^n + 52 - (-2) \\
 &= -4n + 54
 \end{aligned}$$

Jawab : A

5) $U_n = S_n - S_{n-1}$

$$U_7 = S_7 - S_6$$

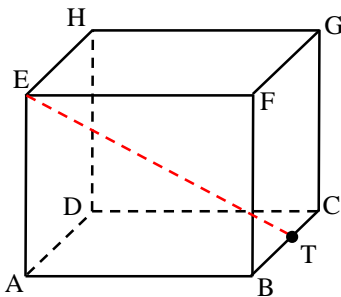
$$= \frac{1}{4}(2^7 - 1) - \frac{1}{4}(2^6 - 1)$$

$$= \frac{1}{4}(128 - 1) - \frac{1}{4}(64 - 1)$$

$$= \frac{127}{4} - \frac{63}{4} = \frac{64}{4} = 16$$

Jawab : A

6) Perhatikan gambar berikut:



Titik T di tengah-tengah BC sehingga:

$$BT = TC = \frac{1}{2} BC$$

$$= \frac{1}{2} \times 8 = 4 \text{ cm}$$

BE merupakan diagonal sisi kubus sehingga panjang

$$BE = 8\sqrt{2} \text{ cm}$$

Perhatikan $\triangle BTE$ siku-siku di B sehingga berlaku rumus Pythagoras sebagai berikut:

$$\begin{aligned} ET &= \sqrt{BT^2 + BE^2} \\ &= \sqrt{4^2 + (8\sqrt{2})^2} \\ &= \sqrt{16 + 128} = \sqrt{144} = 12 \text{ cm} \end{aligned}$$

Jawab : B

- 7) Garis MN dan LR saling bersilangan. Oleh karena garis QR sejajar dengan garis MN maka sudut antara garis MN dan LR sama dengan sudut antara garis QR dan LR, yaitu $\angle LRQ$. Jadi, sudut antara garis MN dan LR sama dengan $\angle LRQ$

Jawab : C

- 8) Pada balok ABCD.EFGH, garis AC tegak lurus dengan garis CG, maka jarak titik A terhadap CG adalah:

$$\begin{aligned} AC &= \sqrt{AB^2 + BC^2} \\ &= \sqrt{15^2 + 8^2} = \sqrt{225 + 64} = \sqrt{289} = 17 \text{ cm} \end{aligned}$$

Jawab : C

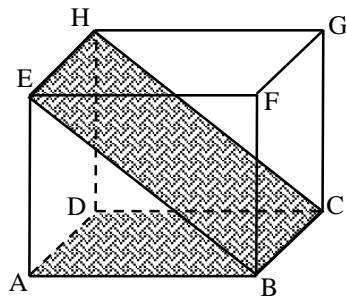
9) Jarak titik B dengan TE adalah $BE = \frac{1}{2} BD$

$$\begin{aligned} \text{Untuk menentukan garis } BD &= \sqrt{AB^2 + AD^2} \\ &= \sqrt{12^2 + 12^2} \\ &= \sqrt{144 + 144} \\ &= \sqrt{2 \times 144} \\ &= 12\sqrt{2} \text{ cm} \end{aligned}$$

$$\text{Jadi, } BE = \frac{1}{2} BD = \frac{1}{2} \times 12\sqrt{2} = 6\sqrt{2}$$

Jawab : A

10) Bidang BCHE dan ABCD berpotongan pada garis \overline{BC} . Pada garis \overline{BC} , diambil titik B maka:



$$\left. \begin{array}{l} \overline{EB} \perp \overline{BC} \\ \overline{AB} \perp \overline{BC} \end{array} \right\} \angle EBA \text{ adalah sudut BCHE dan ABCD}$$

Karena $\triangle EBA$ siku-siku sama kaki maka $\angle EBA = 45^\circ$. Jadi, besar sudut antara bidang BCHE dan bidang ABCD adalah 45°

Jawab : B

$$11) 3(2)^{4x} - 21(2)^{2x} + 48 = 0$$

$$3(2^{2x})^2 - 21(2^{2x}) + 48 = 0$$

$$\text{Misal : } p = 2^{2x}$$

$$\text{Maka : } 3p^2 - 21p + 48 = 0$$

$$p^2 - 7p + 16 = 0 \rightarrow \text{akar - akarnya } p_1 \text{ dan } p_2$$

$$p_1 \times p_2 = \frac{c}{a}$$

$$2^{2x_1} \times 2^{2x_2} = 16$$

$$2^{2(x_1+x_2)} = 2^4$$

$$2(x_1 + x_2) = 4$$

$$x_1 + x_2 = 2$$

Jawab : B

$$12) 2^{x^2+x} = 4$$

$$2^{x^2+x} = 2^2$$

$$x^2 + x = 2$$

$$x^2 + x - 2 = 0$$

$$(x + 2)(x - 1) = 0$$

$$x_1 = -2 \vee x_2 = 1$$

Jumlah kuadrat akar - akar :

$$x_1^2 + x_2^2 = (-2)^2 + 1^2 = 5$$

Jawab : E

$$13) \frac{5^{x+2}}{25^x} = 125(5)^x$$

$$\Leftrightarrow \frac{5^{x+2}}{5^{2x}} = 5^3 \times 5^x$$

$$\Leftrightarrow 5^{x+2-2x} = 5^{3+x}$$

$$\Leftrightarrow x + 2 - 2x = 3 + x$$

$$\Leftrightarrow -2x = 1 \Leftrightarrow x = -\frac{1}{2}$$

Jawaban : C

$$14) 4^{x^2+2x} = 3 - 2^{x^2+2x+1}$$

$$\Leftrightarrow (2^{x^2+2x})^2 = 3 - 2 \times 2^{x^2+2x}$$

$$\Leftrightarrow (2^{x^2+2x})^2 + 2 \times 2^{x^2+2x} - 3 = 0$$

Misal: $2^{x^2+2x} = p$, maka:

$$p^2 + 2p - 3 = 0$$

$$(p + 3)(p - 1) = 0$$

$$\Rightarrow p = -3 \text{ (tidak memenuhi)}$$

$$\Rightarrow p = 1$$

$$2^{x^2+2x} = 1$$

$$2^{x^2+2x} = 2^0$$

$$x^2 + 2x = 0$$

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = -\frac{2}{1} = -2$$

Jawab: B

$$15) 3^{x+2} + 3^{2-x} = 30$$

$$\Leftrightarrow 9 \times 3^x + \frac{9}{3^x} = 30$$

Misal: $3^x = p$, maka:

$$9p + \frac{9}{p} = 30 \rightarrow \text{kedua ruas dikali } p$$

$$9p^2 + 9 = 30p \rightarrow \text{kedua ruas dibagi } 3$$

$$3p^2 + 3 = 10p$$

$$3p^2 - 10p + 3 = 0$$

$$(3p - 1)(p - 3) = 0$$

$$\rightarrow p = 3^x = \frac{1}{3} \rightarrow x = -1 = \alpha$$

$$\rightarrow p = 3^x = 3 \rightarrow x = 1 = \beta$$

$$\alpha + \beta = -1 + 1 = 0$$

Jawab : E

$$16) y = {}^9 \log 32 \times {}^2 \log 9 - {}^2 \log 25 \times {}^5 \log 4$$

$$= {}^{3^2} \log 2^5 \times {}^2 \log 3^2 - {}^2 \log 5^2 \times {}^5 \log 2^2$$

$$= \frac{5}{2} {}^3 \log 2 \times 2 {}^2 \log 3 - 2 {}^2 \log 5 \times 2 {}^5 \log 2$$

$$\begin{aligned}
&= \left(\frac{5}{2}\right) (2) \times {}^3\log 2 \times {}^2\log 3 - (2)(2) \times {}^2\log 5 \\
&\quad \times {}^5\log 2 \\
&= 5 \times {}^3\log 3 - 4 \times {}^2\log 2 \\
&= 5 \times 1 - 4 \times 1 = 1
\end{aligned}$$

Jawaban : A

$$\begin{aligned}
17) \quad y &= {}^{\frac{1}{4}}\log 8 \times {}^8\log 256 \times {}^3\log \frac{1}{27} \times ({}^4\log 16)^4 \\
&= {}^{4^{-1}}\log 8 \times {}^8\log 4^4 \times {}^3\log 3^{-3} \times ({}^4\log 4^2)^4 \\
&= \frac{1}{-1} {}^4\log 8 \times 4 {}^8\log 4 \times (-3) {}^3\log 3 \times (2 {}^4\log 4)^4 \\
&= \frac{4}{-1} {}^4\log 8 \times {}^8\log 4 \times (-3) {}^3\log 3 \times (2 {}^4\log 4)^4 \\
&= (-4) {}^4\log 4 \times (-3)(1) \times (2 \times 1)^4 \\
&= (-4)(1) \times (-3)(1) \times (2 \times 1)^4 \\
&= (-4) \times (-3) \times 16 \\
&= 192
\end{aligned}$$

Jawaban : C

$$\begin{aligned}
18) \quad &{}^4\log 64^{2k+1} = 9 \\
&{}^{2^2}\log 2^{6(2k+1)} = 9
\end{aligned}$$

$$\frac{6(2k + 1)}{2} {}^2 \log 2 = 9$$

$$3(2k + 1) \times 1 = 9$$

$$6k + 3 = 9$$

$$6k = 6 \rightarrow k = 1$$

Jawaban : D

$$\begin{aligned} 19) \quad {}^2 \log 135 &= {}^2 \log(27 \times 5) \\ &= {}^2 \log 27 + {}^2 \log 5 \\ &= {}^2 \log 3^3 + {}^2 \log 5 \\ &= 3 {}^2 \log 3 + {}^2 \log 5 \\ &= 3a + b \end{aligned}$$

Jawaban : A

$$\begin{aligned} 20) \quad y &= \frac{1}{4} \log 64 + {}^{125} \log \frac{1}{25} + 3^{4+2} \log \frac{1}{8} \\ &= 4^{-1} \log 4^3 + 5^3 \log 5^{-2} + 3^{4+2} \log 2^{-3} \\ &= (-3) {}^4 \log 4 + \left(-\frac{2}{3}\right) {}^5 \log 5 + 3^{4+(-3)} {}^2 \log 2 \\ &= (-3)(1) + \left(-\frac{2}{3}\right)(1) + 3^{4+(-3)(1)} \\ &= -3 + \left(-\frac{2}{3}\right) + 3 = -\frac{2}{3} \end{aligned}$$

Jawaban : C

$$\begin{aligned} 21) \int_{-1}^2 (2x^3 - x^2 + 7x + 2) dx \\ &= \left[\frac{2}{4}x^4 - \frac{1}{3}x^3 + \frac{7}{2}x^2 + 2x \right]_{-1}^2 \\ &= \left[\frac{2}{4}2^4 - \frac{1}{3}2^3 + \frac{7}{2}2^2 + 2(2) \right] \\ &\quad - \left[\frac{2}{4}(-1)^4 - \frac{1}{3}(-1)^3 + \frac{7}{2}(-1)^2 + 2(-1) \right] \\ &= \left[8 - \frac{8}{3} + 14 + 4 \right] - \left[\frac{2}{4} + \frac{1}{3} + \frac{7}{2} - 2 \right] \\ &= \frac{70}{3} - \frac{7}{3} = \frac{63}{3} = 21 \end{aligned}$$

Jawaban : C

$$\begin{aligned} 22) \int_1^p 3x(x + \frac{2}{3}) dx &= 34 \\ \int_1^p (3x^2 + 2x) dx &= 34 \\ [x^3 + x^2]_1^p &= 34 \\ [p^3 + p^2] - [1 + 1] &= 34 \\ p^3 + p^2 - 2 - 34 &= 0 \\ p^3 + p^2 - 36 &= 0 \\ p &= 3 \end{aligned}$$

$$\text{maka } -3p + 1 = -3(3) + 1 = -8$$

Jawaban : E

$$23) \frac{dy}{dx} = 6x - 2$$

$$y = \int (6x - 2) dx = 3x^2 - 2x + C$$

Melalui titik (2,3)

$$y = 3x^2 - 2x + C$$

$$3 = 3(2^2) - 2(2) + C$$

$$3 = 12 - 4 + C$$

$$C = 3 - 8 = -5$$

$$\text{maka } y = 3x^2 - 2x - 5$$

Jawaban : C

$$24) 2 \sin 5x \cos 3x = \sin(5x + 3x) + \sin(5x - 3x) \\ = \sin(8x) + \sin(2x)$$

$$\int 5 \sin 5x \cos 3x dx = \frac{5}{2} \int 2 \sin 5x \cos 3x \\ = \frac{5}{2} \int (\sin 8x + \sin 2x) dx \\ = \frac{5}{2} \left(-\frac{1}{8} \cos 8x - \frac{1}{2} \sin 2x \right) + C$$

$$= -\frac{5}{16} \cos 8x - \frac{5}{4} \cos 2x$$

Jawaban : D

25) $y = 3 \sin x, x = \left[\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2} \right]$ dan sumbu x

$$= \int_{\pi/2}^{\pi} 3 \sin x \, dx + \int_{\pi}^{3\pi/2} -3 \sin x \, dx$$

$$= [-3 \cos x]_{\pi/2}^{\pi} + [3 \cos x]_{\pi}^{3\pi/2}$$

$$= -3 \left(\cos(\pi) - \cos\left(\frac{\pi}{2}\right) \right) + 3 \left(\cos\left(\frac{3\pi}{2}\right) - \cos(\pi) \right)$$

$$= -3(-1 - 0) + 3(0 - 1) = 3 + 3 = 6$$

Jawaban : E

26) $f(x) = 2x - 5$

$$g(x) = x^2 + 2x - 2$$

$$(g \circ f)(x) = (2x - 5)^2 + 2(2x - 5) - 2$$

$$= (4x^2 - 20x + 25) + (4x - 10) - 2$$

$$= 4x^2 - 16x + 13$$

Jawaban : C

$$27) f(x) = x^2 + 3x - 7$$

$$g(x) = x^2 + 2$$

$$(f \circ g)(x) = (x^2 + 2)^2 + 3(x^2 + 2) - 7$$

$$(f \circ g)(2) = (2^2 + 2)^2 + 3(2^2 + 2) - 7$$

$$= 6^2 + 3(6) - 7$$

$$= 36 + 18 - 7 = 47$$

Jawaban : D

$$28) (f \circ g)(x) = 4x^2 - 22x + 26$$

$$f(x) = x^2 - 5x + 2$$

$$\text{misal : } g(x) = ax^2 + bx + c$$

$$(f \circ g)(x) = (ax^2 + bx + c)^2 - 5(ax^2 + bx + c) + 2$$

$$4x^2 - 22x + 26$$

$$= ((a^2)x^4 + (2ab)x^3 + (2ac + b^2)x^2 + (2bc)x + c^2) - 5ax^2 - 5bx - 5c + 2$$

$$= (a^2)x^4 + (2ab)x^3 + (2ac + b^2 - 5a)x^2 + (2bc - 5b)x + (c^2 - 5c + 2)$$

$$a^2 = 0 \rightarrow \mathbf{a = 0} \text{ (koefisien } x^4 \text{ di ruas kiri adalah 0)}$$

$$2ab = 0 \text{ (koefisien } x^3 \text{ di ruas kiri adalah 0)}$$

$$2ac + b^2 - 5a = 4 \rightarrow b^2 = 4 \text{ (substitusi } a = 0)$$

$$b_1 = 2 \vee b_2 = -2$$

Untuk $b = 2$

$$2bc - 5b = -22$$

$$2(2)c - 5(2) = -22$$

$$4c - 10 = -22$$

$$4c = -12$$

$$c_1 = -3$$

Untuk $b = -2$

$$2bc - 5b = -22$$

$$2(-2)c - 5(-2) = -22$$

$$-4c + 10 = -22$$

$$4c = 32$$

$$c_2 = 8$$

$$c_1 = -3 \rightarrow c^2 - 5c + 2 = (-3)^2 - 5(-3) + 2 \\ = 9 + 15 + 2 = 26$$

(memenuhi karena sama dengan konstanta ruas kiri)

$$c_2 = 8 \rightarrow c^2 - 5c + 2 = (8)^2 - 5(8) + 2 \\ = 64 - 40 + 2 = 26$$

(memenuhi karena sama dengan konstanta ruas kiri)

$$\begin{aligned}
 g(x) &= ax^2 + bx + c \\
 &= 0x^2 + 2x + (-3) \\
 &= 2x - 3
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 g(x) &= ax^2 + bx + c \\
 &= 0x^2 + (-2)x + 8 \\
 &= -2x + 8
 \end{aligned}$$

Jawaban : D

$$29) (f \circ g)(x) = 9x^2 + 27x + 16$$

$$g(x) = 3x + 7$$

$$\text{misal : } f(x) = ax^2 + bx + c$$

$$(f \circ g)(x) = a(3x + 7)^2 + b(3x + 7) + c$$

$$9x^2 + 27x + 16$$

$$= a(9x^2 + 42x + 49) + (3bx + 7b) + c$$

$$= (9a)x^2 + (42a + 3b)x + (49a + 7b + c)$$

$$9a = 9 \rightarrow \mathbf{a = 1}$$

$$42a + 3b = 27$$

$$42(1) + 3b = 27 \text{ (substitusi } a = 1 \text{ ke persamaan)}$$

$$3b = -15$$

$$\mathbf{b = -5}$$

$$49a + 7b + c = 16 \rightarrow 49(1) + 7(-5) + c = 16$$

$$\text{(substitusi } a = 1 \text{ dan } b = -5 \text{ ke dalam persamaan)}$$

$$49 - 35 + c = 16$$

$$c = 2$$

$$\begin{aligned} f(x) &= ax^2 + bx + c \\ &= 1x^2 + (-5)x + 2 \\ &= x^2 - 5x + 2 \end{aligned}$$

Jawaban : A

$$30) (f \circ g)(x) = x^2 + 8x + 20$$

$$f(x) = x^2 + 6x + 13$$

$$\text{misal : } g(x) = ax^2 + bx + c$$

$$\begin{aligned} (f \circ g)(x) &= (ax^2 + bx + c)^2 + 6(ax^2 + bx + c) + 13 \\ &= x^2 + 8x + 20 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= ((a^2)x^4 + (2ab)x^3 + (2ac + b^2)x^2 + (2bc)x \\ &\quad + c^2) + 6ax^2 + 6bx + 6c + 13 \\ &= (a^2)x^4 + (2ab)x^3 + (2ac + b^2 + 6a)x^2 \\ &\quad + (2bc + 6b)x + (c^2 + 6c + 13) \end{aligned}$$

$$a^2 = 0 \rightarrow a = 0 \text{ (koefisien } x^4 \text{ di ruas kiri adalah 0)}$$

$$2ab = 0$$

$$2ac + b^2 + 6a = 1 \rightarrow b^2 = 1 \text{ (substitusi } a = 0)$$

$$b_1 = 1 \vee b_2 = -1$$

Untuk $b_1 = 1$

$$2bc + 6b = 8 \rightarrow 2(1)c + 6(1) = 8$$

$$2c + 6 = 8$$

$$2c = 2$$

$$c_1 = 1$$

Untuk $b_2 = -1$

$$2bc + 6b = 8 \rightarrow 2(-1)c + 6(-1) = 8$$

$$-2c - 6 = 8$$

$$2c = -14$$

$$c_2 = -7$$

$$\begin{aligned} c_1 = 1 \rightarrow c^2 + 6c + 13 &= (1)^2 + 6(1) + 13 \\ &= 1 + 6 + 13 = 20 \end{aligned}$$

(memenuhi karena sama dengan konstanta ruas kiri)

$$\begin{aligned} c_2 = -7 \rightarrow c^2 + 6c + 13 &= (-7)^2 + 6(-7) + 13 \\ &= 49 - 42 + 13 = 20 \end{aligned}$$

(memenuhi karena sama dengan konstanta ruas kiri)

$$\begin{aligned} g(x) &= ax^2 + bx + c \\ &= 0x^2 + (1)x + (1) \\ &= x + 1 \end{aligned}$$

$$g(5) = 5 + 1 = 6$$

atau

$$g(x) = ax^2 + bx + c$$

$$= 0x^2 + (-1)x + (-7)$$

$$= -x - 7$$

$$g(5) = -5 - 7 = -12$$

Jawaban : B

PEMBAHASAN SOAL
KOMPETISI SELEKSI II

- 1) Untuk penyelesaian $\lim_{x \rightarrow \infty}$ yaitu dengan membagi semua pembilang dan penyebut dengan variabel yang memiliki pangkat tertinggi.

$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - x + 5}{x^2 - 3x + 2} &= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{2x^2}{x^2} - \frac{x}{x^2} + \frac{5}{x^2}}{\frac{x^2}{x^2} - \frac{3x}{x^2} + \frac{2}{x^2}} \\ &= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2 - \frac{1}{x} + \frac{5}{x^2}}{1 - \frac{3}{x} + \frac{2}{x^2}} = \frac{2 - 0 + 0}{1 - 0 + 0} = 2\end{aligned}$$

Ingat : $\frac{1}{\infty} = 0$

Penyelesaian lain :

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{ax^n + bx + c}{px^m + qx + r}$$

Jika $n = m$ maka nilai limitnya adalah $\frac{a}{p}$

Jika $n > m$ maka nilai limitnya adalah ∞

Jika $n < m$ maka nilai limitnya adalah 0

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - x + 5}{x^2 - 3x + 2} =$$

Soal nomor 1, terlihat bahwa $n = m$ maka hasilnya adalah $\frac{a}{p} = \frac{2}{1} = 2$

Jawaban : B

$$2) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^2 - 2x + 2}{4x - 3} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{5x^2}{x^2} - \frac{2x}{x^2} + \frac{2}{x^2}}{\frac{4x}{x^2} - \frac{3}{x^2}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5 - \frac{2}{x} + \frac{2}{x^2}}{\frac{4}{x} - \frac{3}{x^2}} =$$

$$\frac{5 - 0 + 0}{0 - 0} = \infty$$

Soal ini juga dapat diselesaikan dengan solusi praktis.

Karena $n > m$, maka hasilnya adalah ∞

Jawaban: C

$$3) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x - 1}{x^2 + 5x - 3} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{3x}{x^2} - \frac{1}{x^2}}{\frac{x^2}{x^2} + \frac{5}{x^2} - \frac{3}{x^2}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{3}{x} - \frac{1}{x^2}}{1 + \frac{5}{x^2} - \frac{3}{x^2}} =$$

$$\frac{0 - 0}{1 + 0 - 0} = 0$$

Soal ini juga dapat diselesaikan dengan solusi praktis.

Karena $n < m$, maka hasilnya adalah 0

Jawaban: A

$$\begin{aligned}
4) \quad & \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x+2} - \sqrt{x+4}) \\
&= \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x+2} - \sqrt{x+4}) \times \frac{(\sqrt{x+2} + \sqrt{x+4})}{(\sqrt{x+2} + \sqrt{x+4})} \\
&= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(x+2 - (x+4))}{(\sqrt{x+2} + \sqrt{x+4})} \\
&= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-2}{(\sqrt{x+2} + \sqrt{x+4})} \\
&= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{-2}{x}}{\left(\sqrt{\frac{x}{x} + \frac{2}{x}} + \sqrt{\frac{x}{x} + \frac{4}{x}}\right)} = \frac{0}{1+1} = 0
\end{aligned}$$

Penyelesaian lain :

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{ax+b} - \sqrt{cx+d})$$

Jika $a = c$ maka jawabannya 0

Jika $a < c$ maka jawabannya ∞

Jika $a > c$ maka jawabannya $-\infty$

Jawaban: E

$$\begin{aligned}
5) \quad & \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 2x} - \sqrt{x^2 - 4x}) \\
&= \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 2x} - \sqrt{x^2 - 4x}) \cdot \frac{(\sqrt{x^2 + 2x} + \sqrt{x^2 - 4x})}{(\sqrt{x^2 + 2x} + \sqrt{x^2 - 4x})}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(x^2 + 2x - (x^2 - 4x))}{(\sqrt{x^2 + 2x} + \sqrt{x^2 - 4x})} \\
&= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6x}{\left(\sqrt{x^2 \left(1 + \frac{2}{x}\right)} + \sqrt{x^2 \left(1 - \frac{4}{x}\right)}\right)} \\
&= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6x}{x \left(\sqrt{1 + \frac{2}{x}} + \sqrt{1 - \frac{4}{x}}\right)} \\
&= \frac{6}{(\sqrt{1+0} + \sqrt{1-0})} = \frac{6}{2} = 3
\end{aligned}$$

Penyelesaian lain :

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\sqrt{ax^2 + bx + c} - \sqrt{px^2 + qx + r} \right)$$

Jika $a = p$ maka jawabannya $\frac{b-q}{2\sqrt{a}}$

Jika $a < p$ maka jawabannya adalah $-\infty$

Jika $a > p$ maka jawabannya adalah ∞

Soal ini juga dapat diselesaikan dengan solusi praktis.

Karena $a = p$ maka jawabannya

$$\frac{b-q}{2\sqrt{a}} = \frac{2 - (-4)}{2\sqrt{1}} = \frac{6}{2} = 3$$

Jawaban: C

$$6) (x + 2)^2 + (y - 5)^2 = 3^2$$

$$x^2 + 4x + 4 + y^2 - 10y + 25 = 9$$

$$x^2 + y^2 + 4x - 10y + 29 - 9 = 0$$

Jadi, persamaan lingkarannya adalah

$$x^2 + y^2 + 4x - 10y + 20 = 0$$

Jawaban : B

- 7) Pada gambar, koordinat titik pusat lingkaran P(5,-3) dan jari-jarinya 5.

Persamaan lingkaran :

$$(x - 5)^2 + (y - (-3))^2 = 5^2$$

$$\Leftrightarrow (x - 5)^2 + (y + 3)^2 = 25$$

Jawaban : D

8) $2x^2 + 2y^2 + 12x - 4y + 2 = 0$

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 + 6x - 2y + 1 = 0$$

Titik pusat = $\left(-\frac{1}{2}A, -\frac{1}{2}B\right)$

$$= \left(-\frac{1}{2}(6), -\frac{1}{2}(-2)\right) = (-3, 1)$$

$$\begin{aligned} \text{Jari - jari } (r) &= \sqrt{\left(-\frac{1}{2}A\right) + \left(-\frac{1}{2}B\right) - C} \\ &= \sqrt{(-3)^2 + (1^2) - 1} = \sqrt{9} = 3 \end{aligned}$$

Jawaban : A

- 9) Jari - jari lingkaran = jarak titik pusat ke garis singgung

Titik pusat lingkaran $(a,b) \rightarrow a = 4$ dan $b = -1$

Pers. garis singgung $(Ax + By + C = 0)$

$$\rightarrow A = 3, B = -4, C = 4$$

$$\begin{aligned} \text{Maka, } r &= \left| \frac{Aa+Bb+C}{\sqrt{A^2+B^2}} \right| \\ &= \left| \frac{3 \cdot 4 + (-4) \cdot (-1) + 4}{\sqrt{3^2 + (-4)^2}} \right| \\ &= \left| \frac{20}{\sqrt{25}} \right| = \frac{20}{5} = 4 \end{aligned}$$

Jadi, persamaan lingkaran yang berpusat di titik $(4, -1)$ dengan jari-jari = 4 adalah :

$$(x - 4)^2 + (y + 1)^2 = 4^2$$

Jawaban: D

10) Persamaan garis singgung lingkaran :

$$y - b = m(x - a) \pm r\sqrt{m^2 + 1}$$

$$y - 4 = 4(x + 3) \pm \sqrt{17}\sqrt{4^2 + 1}$$

$$y - 4 = 4x + 12 \pm \sqrt{17}\sqrt{17}$$

$$y - 4 = 4x + 12 \pm 17$$

$$y = 4x + 16 \pm 17$$

$$\text{Maka } y_1 = 4x + 16 + 17 = 4x + 33$$

$$y_2 = 4x + 16 - 17 = 4x - 1$$

Jawaban : E

11) P_1 : Heru mengadakan pesta \rightarrow ~~semua temannya~~
datang

P_2 : ~~Semua temannya datang~~ \rightarrow ia mendapat kado

K_1 : Heru mengadakan pesta \rightarrow ia mendapat kado

(*silogisme*)

K_1 : Heru mengadakan pesta \rightarrow ia mendapat kado

P_3 : Heru tidak mendapat kado

K_2 : Heru tidak mengadakan pesta (*modus tollens*)

Jawaban : B

12) Pernyataan :

Ada binatang laut yang tidak bertelur atau tidak bernafas dengan insang

Misal : x = binatang laut

p = bertelur

q = bernafas dengan insang

Pernyataan : $\exists x, (\sim p \vee \sim q)$

Negasinya : $\sim (\exists x, (\sim p \vee \sim q))$

$\equiv \forall x, \sim (\sim p \vee \sim q)$

$\equiv \forall x, (p \wedge q)$

Semua binatang laut bertelur dan bernafas dengan insang

Jawaban : A

13) Misal : p = Zaky juara

q = Zaky mendapat hadiah

• $p \rightarrow q \equiv \sim q \rightarrow \sim p$

Jika Zaky tidak mendapat hadiah maka ia tidak juara

(tidak ada dalam pilihan jawaban)

• $p \rightarrow q \equiv \sim p \vee q$

Zaky tidak juara atau ia mendapat hadiah (D)

Jawaban : D

14) Misal : p = semua peserta datang tepat waktu

q = acara dimulai

Pernyataan : $p \rightarrow q$

Negasinya : $\sim(p \rightarrow q) \equiv p \wedge \sim q$

Semua peserta datang tepat waktu dan acara tidak dimulai

Jawaban : C

15) P_1 : Desi tidak belajar \rightarrow ~~nilai ujian Desi jelek~~

P_2 : ~~Nilai ujian Desi jelek~~ \rightarrow ia tidak bisa lulus

K : Desi tidak belajar \rightarrow ia tidak bisa lulus (*silogisme*)

Misal : p = Desi belajar

q = Desi bisa lulus

Pernyataan (K) : $\sim p \rightarrow \sim q$

Negasinya : $\sim(\sim p \rightarrow \sim q) \equiv \sim p \wedge \sim(\sim q)$

$\equiv \sim p \wedge q$

Desi tidak belajar dan ia bisa lulus

Jawaban : C

16) Pembahasan:

ratusan	puluhan	satuan
5	4	3

Banyaknya bilangan = $5 \times 4 \times 3 = 60$

Jadi, banyaknya bilangan ratusan yang dapat terbentuk adalah 60

Jawaban : D

17) $\frac{(n+1)!}{(n-1)!} = 20$

$$\frac{(n+1) n (n-1)!}{(n-1)!} = 20$$

$$(n+1) n = 20$$

$$n^2 + n - 20 = 0$$

$$(n+5)(n-4) = 0$$

$$n = -5 \text{ atau } n = 4$$

Jawaban : D

18) Karena tidak ada aturan atau pengurutan, maka kita menggunakan kombinasi

$$C_3^{10} = \frac{10!}{7! 3!} = 120$$

Jawaban : C

19) Kantong I :

Peluang terambilnya kelereng putih = $3/8$

Kantong II :

Peluang terambilnya kelereng hitam = $6/10$

Jadi, peluang terambilnya kelereng putih dari kantong I dan kelereng hitam dari kantong II adalah :

$$\frac{3}{8} \times \frac{6}{10} = \frac{18}{80} = \frac{9}{40}$$

Jawaban : E

20) Kemungkinan yang dapat terjadi adalah pengambilan sebuah logam ratusan di dompet I atau sebuah logam ratusan di dompet II.

Peluang mendapatkan logam ratusan dari dompet I adalah $\rightarrow P(I) = 2/7$

Peluang mendapatkan logam ratusan dari dompet II adalah $\rightarrow P(II) = 1/4$

$$\begin{aligned}
 P &= P(\text{I}) + P(\text{II}) \\
 &= \frac{2}{7} + \frac{1}{4} = \frac{15}{28}
 \end{aligned}$$

Jawaban : C

21) Diketahui $y = x^2 - 2x - 8$

Titik potong dengan sumbu y diperoleh jika $x = 0$

$$y = x^2 - 2x - 8 = 0 - 0 - 8 = -8$$

Jadi grafik fungsi $y = x^2 - 2x - 8$ memotong sumbu y di titik $(0, -8)$

Jawaban : D

22) $y = x^2 - x - 2$

Pembuat nol fungsi kuadrat diperoleh jika $y = 0$

$$x^2 - x - 2 = 0$$

$$(x + 1)(x - 2) = 0$$

$$x = -1 \text{ atau } x = 2$$

Jawaban : A

23) Akar – akar persamaan kuadrat

$$x_1 - 2 = y \rightarrow x_1 = y + 2$$

$$x_2 - 2 = y \rightarrow x_2 = y + 2$$

substitusi nilai “ x_1 ” atau “ x_2 ” ke persamaan kuadrat:

$$x^2 - 7x + 12 = 0$$

$$\text{PK Baru : } (y + 2)^2 - 7(y + 2) + 12 = 0$$

$$y^2 + 4y + 4 - 7y - 14 + 12 = 0$$

$$y^2 - 3y + 2 = 0$$

$$x^2 - 3x + 2 = 0$$

Jawaban : D

$$24) f(x) = 2(x + 3)^2 + 5$$

$$= 2(x^2 + 6x + 9) + 5$$

$$= 2x^2 + 12x + 18 + 5$$

$$= 2x^2 + 12x + 23$$

$$a = 2, b = 12$$

titik balik fungsi $f(x)$ adalah:

$$x = -\frac{b}{2a} = -\frac{12}{2 \times 2} = -3$$

$$y = 2(x + 3)^2 + 5 = 2(-3 + 3)^2 + 5 = 5$$

Jadi titik balik $(-3, 5)$

Jawaban : E

$$\begin{aligned}
 25) \quad 18 &= \frac{D}{-4a} \\
 &= \frac{(-6)^2 - 4 \times a \times (-5a)}{-4a} \\
 &= \frac{9 + 5a^2}{-a}
 \end{aligned}$$

$$-18a = 9 + 5a^2$$

$$5a^2 + 18a + 9 = 0$$

$$(5a + 3)(a + 3) = 0$$

$$a = -\frac{5}{3} \text{ atau } a = -3$$

$$\text{Untuk } a = -\frac{5}{3} \rightarrow a^2 - 2a = \left(-\frac{5}{3}\right)^2 - 2\left(-\frac{5}{3}\right) = \frac{55}{9}$$

$$\text{Untuk } a = -3 \rightarrow a^2 - 2a = (-3)^2 - 2(-3) = 15$$

Jawaban : E

26) Pencerminan terhadap garis $y = k$

$$P(x, y) \xrightarrow{R_{y=k}} P'(x, 2k - y) \equiv (x', y')$$

Pencerminan terhadap garis $y = 5$

$$P(x, y) \xrightarrow{R_{y=5}} P'(x, 2(5) - y) \equiv (x', y')$$

$$P'(x, 10 - y) \equiv (x', y')$$

$$x' = x \quad \rightarrow \quad x = x'$$

$$y' = 10 - y \rightarrow y = 10 - y'$$

Pencerminan garis $y = -2x + 3$ terhadap garis $y = 5$

$$y = -2x + 3 \xrightarrow{R_{y=5}} (10 - y') = -2x' + 3$$

$$y' = 2x' + 7$$

$$y = 2x + 7$$

Jawaban : D

27) Pencerminan terhadap garis $y = x$

$$P(x, y) \xrightarrow{R_{y=x}} P'(y, x)$$

Pencerminan terhadap sumbu X

$$P(x, y) \xrightarrow{R_{sumbu\ x}} P'(x, -y)$$

Transformasi T terdiri dari pencerminan terhadap garis $y = x$, dilanjutkan dengan pencerminan terhadap sumbu X

$$P(x, y) \xrightarrow{R_{y=x}} P'(y, x) \xrightarrow{R_{sumbu\ x}} P''(y, -x)$$

$$P(x, y) \xrightarrow{T} P'(y, -x)$$

Jika titik (x, y) ditransformasi T sebanyak n kali maka :

$$P(x, y) \xrightarrow{T_1} P'(y, -x) \xrightarrow{T_2} P''(-x, -y) \xrightarrow{T_3} P'''(-y, x) \\ \xrightarrow{T_4} P''''(x, y) \xrightarrow{T_i} \dots \xrightarrow{T_n} P^n(x', y')$$

Dari formula di atas terlihat bahwa titik (x, y) akan kembali ke posisi semula setiap dikenakan transformasi T sebanyak 4 kali

Jadi, jika titik $(2, 3)$ dikenakan transformasi T sebanyak 25 kali hasil transformasinya akan sama dengan T_1 (karena $25 \bmod 4 = 1$)

$$(2, 3) \xrightarrow{T_1} P'(3, -2)$$

Jawaban : E

28) Pencerminan terhadap garis $x = k$

$$P(x, y) \xrightarrow{R_{x=k}} P'(2k - x, y) \equiv (x', y')$$

Pencerminan terhadap garis $x = 3$

$$P(x, y) \xrightarrow{R_{x=3}} P'(2(3) - x, y) \equiv (x', y')$$

$$P'(6 - x, y) \equiv (x', y')$$

Bayangan titik P adalah $P'(5, -1)$

$$(6 - x, y) \equiv (5, -1) \rightarrow \mathbf{y = -1}$$

$$6 - x = 5 \rightarrow \mathbf{x = 1}$$

Koordinat titik $P = (1, -1)$

Jawaban : C

29) Dilatasi terhadap pusat $A(a, b)$ dan skala k

$$P(x, y) \xrightarrow{[A(a,b),k]} P'(k(x - a) + a, k(y - b) + b) \\ \equiv (x', y')$$

Dilatasi terhadap pusat $A(2,5)$ dan skala 3

$$P(x, y) \xrightarrow{[(2,5),3]} P'(3(x - 2) + 2, 3(y - 5) + 5) \\ \equiv (x', y')$$

$$P'(3x - 4, 3y - 10) \equiv (x', y')$$

$$x' = 3x - 4 \rightarrow x = \frac{1}{3}(x' + 4)$$

$$y' = 3y - 10 \rightarrow y = \frac{1}{3}(y' + 10)$$

Dilatasi lingkaran $x^2 + y^2 - 6x + 2y + 1 = 0$

terhadap $[(2,5), 3]$ adalah :

$$x^2 + y^2 - 6x + 2y + 1 = 0 \xrightarrow{[(2,5),3]} \\ \xrightarrow{[(2,5),3]} \left(\frac{1}{3}(x' + 4)\right)^2 + \left(\frac{1}{3}(y' + 10)\right)^2 - 6\left(\frac{1}{3}(x' + 4)\right) \\ + 2\left(\frac{1}{3}(y' + 10)\right) + 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{9}(x' + 4)^2 + \frac{1}{9}(y' + 10)^2 - 2(x' + 4)$$

$$+ \frac{2}{3}(y' + 10) + 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x' + 4)^2 + (y' + 10)^2 - 18(x' + 4)$$

$$+ 6(y' + 10) + 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow ((x')^2 + 8x' + 16) + ((y')^2 + 20y' + 100)$$

$$- 18x' - 72 + 6y' + 60 + 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x')^2 + (y')^2 - 10x' + 26y' + 105 = 0$$

$$x^2 + y^2 - 10x + 26y + 105 = 0$$

Jawaban : A

30) Transformasi T_1 dilanjutkan $T_2 = T_2 \circ T_1$

$$T_2 \circ T_1 = M_2 \times M_1$$

$$= \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -2 - 2 & -4 + 0 \\ 1 + 1 & 2 - 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4 & -4 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$$

Hasil transformasi titik $(-1, 3)$ terhadap T_1

dilanjutkan T_2 adalah

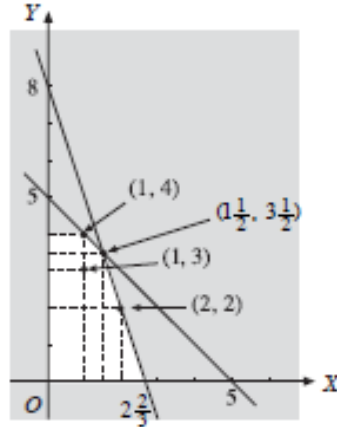
$$\begin{bmatrix} -4 & -4 \\ 2 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 - 12 \\ -2 + 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -8 \\ 4 \end{bmatrix}$$

Jawaban : D

PEMBAHASAN SOAL
KOMPETISI SELEKSI III

- 1) Titik potong garis $x + y = 5$ dan $3x + y = 8$ adalah $(1\frac{1}{2}, 3\frac{1}{2})$

Jika x dan y bilangan real, nilai maksimum fungsi $z = 15x + 10y$ dicapai pada titik $(1\frac{1}{2}, 3\frac{1}{2})$



Oleh karena itu, perlu diselidiki titik-titik bulat disekitar $(1\frac{1}{2}, 3\frac{1}{2})$ dan termasuk dalam daerah penyelesaian, yaitu titik $(1,4)$, $(1, 3)$, dan $(2, 2)$.

- Untuk titik $(1, 4)$
 $z = 15x + 10y = 15(1) + 10(4) = 55$
- Untuk titik $(1, 3)$
 $z = 15x + 10y = 15(1) + 10(3) = 45$
- Untuk titik $(2, 2)$

$$z = 15x + 10y = 15(2) + 10(2) = 50$$

Jadi, nilai maksimum fungsi z dicapai pada titik bulat (1, 4), yaitu $z = 55$.

Jawaban : E

2) Misal: Banyak unit T21 = x

Banyak unit T29 = y

Maka permasalahan di atas, dapat dinyatakan ke dalam tabel berikut:

	T21	T29	Minimum
Banyaknya	x	y	50
Uang muka	$4.000.000 x$	$5.000.000 y$	220.000.000
Biaya (dln juta)	$15 x$	$18 y$	

Banyaknya rumah (T21 dan T29) yang akan dibangun paling sedikit 50, maka diperoleh hubungan:

$$x + y \geq 50 \dots\dots\dots(i)$$

uang muka untuk tipe T21 Rp 4.000.000,- untuk T29 Rp 5.000.000,- dan target uang muka yang masuk paling sedikit Rp 220.000.000,- sehingga diperoleh hubungan:

Perpotongan garis $x + y = 50$ dan $4x + 5y = 220$ dapat ditentukan dengan metode eliminasi:

$$\begin{array}{r|l} 4x + 5y = 220 & \times 1 \\ x + y = 50 & \times 4 \\ \hline & 4x + 5y = 220 \\ & 4x + 4y = 200 \quad - \\ \hline & y = 20 \end{array}$$

$y = 20$ maka $x + 20 = 50$

$x = 30$; didapat titik potong $(30, 20)$

Selanjutnya kita cari titik yang merupakan daerah himpunan penyelesaian yang menjadikan nilai $z = 15x + 18y$ minimum. Garis selidik yang sesuai dengan $z = 15x + 18y$ adalah $15x + 18y = 270$.

Garis selidik 1 : $15x + 18y = 270$

Garis selidik 2 : untuk titik $(30,20) \rightarrow x = 30, y = 20$

$$15x + 18y = 810$$

Garis selidik 3 : untuk titik $(55,0) \rightarrow x = 55, y = 0$

$$15x + 18y = 825$$

Garis selidik 4 : untuk titik $(0,50) \rightarrow x = 0, y = 50$

$$15x + 18y = 900$$

Dari grafik terlihat bahwa garis selidik yang melalui titik-titik ujung daerah penyelesaian paling bawah atau paling kiri adalah garis yang melewati titik $(30, 20)$

Dengan demikian titik (30, 20) merupakan titik optimum yaitu nilai minimum $z = 810$

Karena biaya dinyatakan dalam jutaan maka biaya minimum untuk membangun rumah-rumah tersebut adalah Rp 810.000.000,-

Jawaban : C

3) Model matematikanya

Roti	Jumlah	Harga	Laba
A	x	6.000	400
B	y	3.000	300
Persediaan	500	240.000	

Fungsi tujuan : $Untung = 400x + 300y$

Sistem pertidaksamaan linearnya :

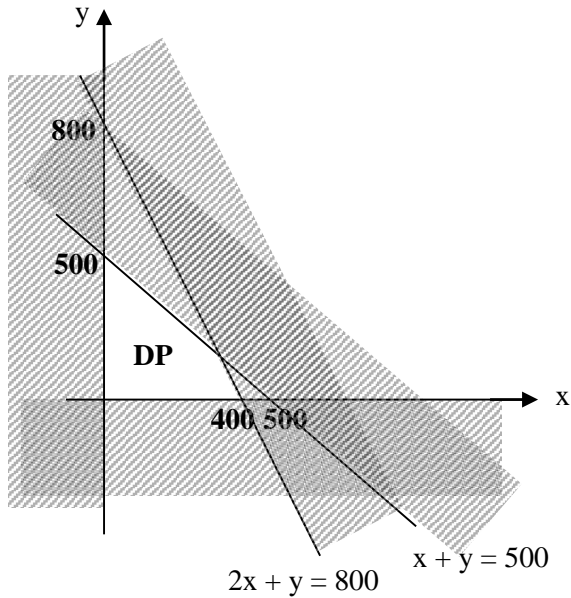
$$x + y \leq 500 \dots\dots\dots (1)$$

$$6000x + 3000y \leq 240.000 \rightarrow 2x + y \leq 800 \dots (2)$$

$$x \geq 0$$

$$y \geq 0$$

Daerah himpunan penyelesaian :



Eliminasi persamaan (1) dan (2)

$$\begin{array}{r}
 x + y = 500 \\
 2x + y = 800 \quad _ \\
 \hline
 -x = -300 \\
 x = 300 \\
 y = 200
 \end{array}$$

Dengan metode uji titik pojok, ditentukan keuntungan maksimum dengan tabel sbb :

Titik pojok	Untung = $400x + 300y$
$(0, 0)$	$0 + 0 = 0$

(400, 0)	$160.000 + 0 = 160.000$
(300, 200)	$120.000 + 60.000 = 180.000$
(0, 500)	$0 + 150.000 = 150.000$

Berdasarkan tabel di atas, diperoleh keuntungan maksimum yang dapat dicapai adalah 180.000, dengan roti A yang dibeli sebanyak 300 bungkus, dan roti B sebanyak 200 bungkus.

Jawaban : D

4) Misalkan : Banyaknya truk = x

Banyaknya pick-up = y

Berdasarkan soal di atas, dapat dibuat tabel berikut:

	Jenis I	Jenis II	maks
Banyaknya Kendaraan	x	y	24
Banyaknya Muatan (ton)	$3x$	$2y$	60

Dari tabel tersebut, diperoleh sistem pertidaksamaan berikut:

$$\begin{cases} x + y \geq 24 \\ 3x + 2y \geq 60 \\ x \geq 0, y \geq 0 \end{cases}, \text{ dengan } x, y \in \text{bil cacah}$$

Fungsi objektif :

$$\text{meminimumkan } z = 50.000x + 40.000y$$

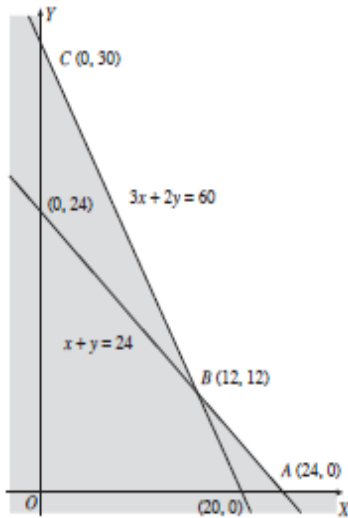
Titik potong garis $x + y = 24$ terhadap sb- $x = (0, 24)$

terhadap sb- $y = (24, 0)$

Titik potong garis $3x + 2y = 60$ terhadap sb- $x = (0, 30)$

terhadap sb- $y = (20, 0)$

Titik potong garis $x + y = 24$ dan $3x + 2y = 60 \rightarrow (12, 12)$



Titik-titik sudut yang terdapat pada daerah penyelesaian adalah $A(24, 0)$, $B(12, 12)$, dan $C(0, 30)$. Nilai bentuk objektif $z = 50.000x + 40.000y$ untuk masing-masing titik tersebut, dapat

diselidiki dengan membuat tabel sebagai berikut :

Titik	$z = 50.000x + 40.000y$
$A(24, 0)$	1.200.000
$B(12, 12)$	1.080.000
$C(0, 30)$	1.200.000

Dari tabel tersebut, nilai minimum bentuk objektif

$z = 50.000x + 40.000y$ adalah 1.080.000

Jawaban : C

- 5) Misalkan banyaknya tablet jenis I adalah x dan tablet jenis II adalah y . Permasalahan di atas dapat dibuat tabel sebagai berikut:

	Tablet I	Tablet II	Persediaan (mg)
Vitamin A	$6x$	y	120.000
Vitamin B ₁	$2x$	y	80.000
Vitamin B ₂	$2x$	$2y$	120.000

Fungsi obyektif :

$$\text{Memaksimumkan } z = 1000x + 800y$$

$$\text{Kendala: } 6x + y \leq 120.000$$

$$2x + y \leq 80.000$$

$$x + y \leq 60.000$$

$$x \geq 0$$

$$y \geq 0$$

Titik potong garis $6x + y = 120.000$

terhadap sumbu $x = (0, 120.000)$

terhadap sumbu $y = (20.000, 0)$

Titik potong garis $2x + y = 80.000$

terhadap sumbu $x = (0, 80.000)$

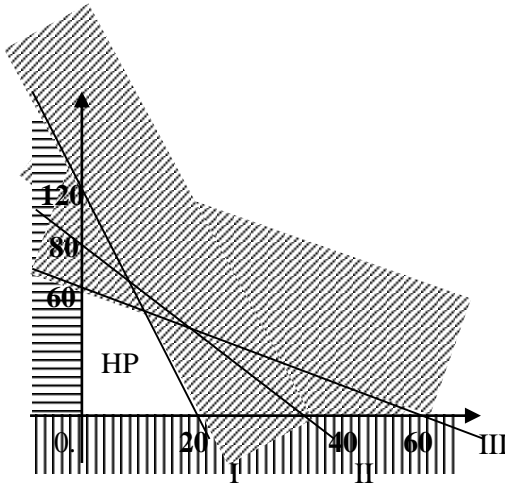
terhadap sumbu $y = (40.000, 0)$

Titik potong garis $x + y = 60.000$

terhadap sumbu $x = (0, 60.000)$

terhadap sumbu $y = (60.000, 0)$

Diperoleh grafik sebagai berikut (skala dalam ribuan):



Titik E merupakan titik potong garis $6x + y = 120.000$ dan garis $x + y = 60.000$, sehingga:

$$6x + y = 120.000$$

$$\underline{x + y = 60.000 \quad -}$$

$$5x = 60.000$$

$$x = 12.000$$

$$x + y = 60.000 \rightarrow y = 48.000$$

Jadi titik E (12.000, 48.000)

Karena fungsi obyektifnya adalah $z = 1000x + 800y$,
maka diperoleh:

$$(20.000, 0) \Rightarrow z = 20.000.000$$

$$(12.000, 48.000) \Rightarrow z = 12.000.000 + 38.400.000 \\ = 50.400.000$$

$$(0, 60.000) \Rightarrow z = 48.000.000$$

Jadi penerimaan terbesar adalah Rp 50.400.000
dicapai jika yang diproduksi tablet I sebanyak 12.000
dan tablet II sebanyak 48.000

Jawaban : A

6) Misal $f(x) = y$, maka $f(x) = ax + 3$

$$y = ax + 3 \rightarrow x = \frac{y - 3}{a}$$

$$f^{-1}(y) = \frac{y - 3}{a} \rightarrow f^{-1}(x) = \frac{x - 3}{a}$$

Sehingga didapatkan,

$$f^{-1}(9) = \frac{9 - 3}{a} = \frac{6}{a}$$

$$\text{dan } f^{-1}(f^{-1}(9)) = \frac{f^{-1}(9) - 3}{a}$$

$$3 = \frac{\frac{6}{a} - 3}{a}$$

$$3a^2 + 3a - 6 = 0$$

$$a^2 + a - 2 = 0$$

$$\begin{aligned} \text{maka nilai } a^2 + a + 9 &= a^2 + a - 2 + 11 \\ &= 0 + 11 = 11 \end{aligned}$$

Jadi, nilai dari $a^2 + a + 9 = 11$

Jawaban : C

7) $h(x) = 2x + 1 \rightarrow h(x^2) = 2x^2 + 1$

Sehingga diperoleh,

$$f \circ g \circ h(x^2) = 8x^2 + 2,$$

$$f \circ g(2x^2 + 1) = 8x^2 + 2$$

Mencari $f \circ g(x)$:

$$y = 2x^2 + 1 \rightarrow x = \sqrt{\frac{y-1}{2}}$$

Maka, $f \circ g(x) = 8x^2 + 2$

$$= 8 \left(\sqrt{\frac{y-1}{2}} \right)^2 + 2$$

$$= 8 \left(\frac{y-1}{2} \right) + 2$$

$$= 4(y-1) + 2 = 4y - 2$$

$$f \circ g(x) = 4x - 2$$

Selanjutnya,

$$g^{-1} \circ f^{-1}(2) = (f \circ g)^{-1}(2)$$

$$(f \circ g)^{-1}(x) = \dots$$

$$\text{Misalkan } y = 4x - 2 \rightarrow x = \frac{y+2}{4}$$

$$(f \circ g)^{-1}(x) = \frac{x+2}{4}$$

$$(f \circ g)^{-1}(2) = \frac{2+2}{4} = 1$$

$$\text{Jadi, } g^{-1} \circ f^{-1}(2) = 1$$

Jawaban: A

8) Mencari $f^{-1}(x)$

$$f(x) = y = 2x - 3 \rightarrow x = \frac{y+3}{2}$$

$$\text{Maka } f^{-1}(x) = \frac{x+3}{2}$$

Mencari $g(x)$

$$g(x-1) = \frac{2x^2+3}{5x-1}$$

$$\text{Misal: } U = x - 1 \rightarrow x = U + 1$$

$$\begin{aligned} g(U) &= \frac{2(U+1)^2+3}{5(U+1)-1} = \frac{2(U^2+2U+1)+3}{5U+4} \\ &= \frac{2U^2+4U+5}{5U+4} \end{aligned}$$

$$\text{Maka } g(x) = \frac{2x^2+4x+5}{5x+4}$$

Mencari $g \circ f^{-1}(-2)$:

$$\begin{aligned} g \circ f^{-1}(x) &= g\left(\frac{x+3}{2}\right) \\ &= \frac{2\left(\frac{x+3}{2}\right)^2 + 4\left(\frac{x+3}{2}\right) + 5}{5\left(\frac{x+3}{2}\right) + 4} \\ &= \frac{x^2 + 10x + 31}{5x + 23} \end{aligned}$$

$$\text{Maka } g \circ f^{-1}(-2) = \frac{-2^2+10(-2)+31}{5(-2)+23} = \frac{15}{13}$$

Jawaban : D

- 9) Suku banyak $p(x) = ax^2 + bx + 1$. Jika a dan b dipilih secara acak dari selang $[0, 3]$.

$$0 \leq a \leq 3 \text{ atau } 0 \leq b \leq 3$$

Agar suku banyak tidak mempunyai akar-akar maka haruslah nilai diskriminannya negatif

$$D < 0$$

$$b^2 - 4ac < 0$$

$$b^2 - 4a < 0$$

$$(b - 2\sqrt{a})(b + 2\sqrt{a}) < 0$$

Akan dipenuhi untuk $-2\sqrt{a} < b < 2\sqrt{a}$

Karena $0 \leq b \leq 3$, maka $0 \leq b < 2\sqrt{a}$

$$0 \leq 3 < 2\sqrt{a} \rightarrow 0 \leq \frac{3}{2} < \sqrt{a} \rightarrow 0 \leq \frac{9}{4} < a$$

Karena $0 \leq a \leq 3$ maka $\frac{9}{4} < a \leq 3$

$$\text{Peluang : } \frac{\text{panjang } (\frac{9}{4} < a \leq 3)}{\text{panjang } (0 \leq a \leq 3)} = \frac{\frac{3}{4}}{3} = \frac{1}{4}$$

Jawaban : C

10) $P(x) = x^4 + 2x^3 - 9x^2 - 2x + k$

$P(x)$ habis dibagi $x - 2$, sehingga $P(2) = 0$

$$P(2) = (2)^4 + 2(2)^3 - 9(2)^2 - 2(2) + k = 0$$

$$16 + 16 - 36 - 4 + k = 0$$

$$k = 8$$

Maka $P(x) = x^4 + 2x^3 - 9x^2 - 2x + 8$ jika dibagi

$x - 1$ menjadi

$$P(1) = (1)^4 + 2(1)^3 - 9(1)^2 - 2(1) + 8 = 0$$

Jadi, jika $P(x)$ dibagi $(x - 1)$ sisanya adalah 0

Jawaban : E

$$11) \sin^3 \theta + \cos^3 \theta$$

$$= (\sin \theta + \cos \theta)^3 - 3 \sin^2 \theta \cos \theta - 3 \sin \theta \cos^2 \theta$$

$$= (\sin \theta + \cos \theta)^3 - 3 \sin \theta \cos \theta (\sin \theta + \cos \theta)$$

Perhatikan berikut :

$$(\sin \theta + \cos \theta)^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2$$

$$\sin^2 \theta + 2 \sin \theta \cos \theta + \cos^2 \theta = \frac{1}{4}$$

$$1 + 2 \sin \theta \cos \theta = \frac{1}{4}$$

$$2 \sin \theta \cos \theta = -\frac{3}{4}$$

$$\sin \theta \cos \theta = -\frac{3}{8}$$

Sehingga

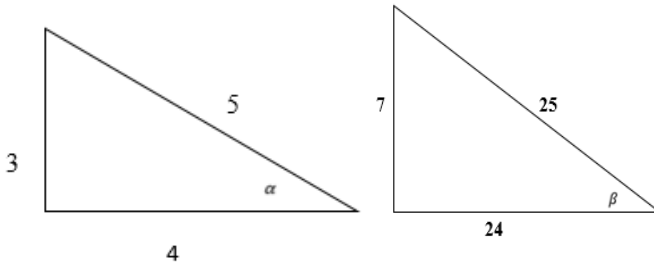
$$\sin^3 \theta + \cos^3 \theta = \left(\frac{1}{2}\right)^3 - 3 \left(-\frac{3}{8}\right) \left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{8} + \frac{9}{16}$$

$$= \frac{11}{16}$$

Jawaban : B

$$12) \cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

$$= \frac{4}{5} \left(\frac{2}{5} \right) - \frac{3}{5} \left(\frac{7}{25} \right) = \frac{96}{125} - \frac{21}{125} = \frac{75}{125} = \frac{3}{5}$$



Jawaban : B

$$13) 10 \cos 2x + \sin x - 9 = 0$$

$$10 (1 - 2 \sin^2 x) + \sin x - 9 = 0$$

$$10 - 20 \sin^2 x + \sin x - 9 = 0$$

$$20 \sin^2 x - \sin x - 1 = 0$$

$$(5 \sin x + 1)(4 \sin x - 1) = 0$$

$$\sin x = -\frac{1}{5} \text{ atau } \sin x = \frac{1}{4}$$

Karena $\csc x = 1/\sin x$ maka:

$$\begin{aligned} \csc^2 \theta_1 - \csc^2 \theta_2 &= \left(\frac{1}{\left(\frac{1}{4}\right)} \right)^2 - \left(\frac{1}{\left(-\frac{1}{5}\right)} \right)^2 \\ &= 4^2 - 5^2 = -9 \end{aligned}$$

Jawaban : B

$$\begin{aligned} 14) \frac{1 - \tan^4 15^\circ}{\sec^4 15^\circ} &= \frac{(1 - \tan^2 15^\circ)(1 + \tan^2 15^\circ)}{(\sec^2 15^\circ)(\sec^2 15^\circ)} \\ &= \frac{(1 - \tan^2 15^\circ)}{(\sec^2 15^\circ)} \\ &= \frac{\cos^2 15^\circ - \sin^2 15^\circ}{(\sec^2 15^\circ)} \\ &= \cos^2 15^\circ - \sin^2 15^\circ = \cos 2(15^\circ) \\ &= \cos 30^\circ = \frac{1}{2} \sqrt{3} \end{aligned}$$

Jawaban : D

$$\begin{aligned} 15) \sin a + \sin b &= \sqrt{3} \\ (\sin a + \sin b)^2 &= (\sqrt{3})^2 \\ \sin^2 a + \sin^2 b + 2 \sin a \sin b &= 3 \dots \dots \dots (1) \\ \cos a + \cos b &= \frac{1}{2} \end{aligned}$$

$$(\cos a + \cos b)^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2$$

$$\cos^2 a + \cos^2 b + 2 \cos a \cos b = \frac{1}{4} \dots\dots\dots (2)$$

persamaan (1) dan (2) dijumlahkan diperoleh

$$2 + 2 \sin a \sin b + 2 \cos a \cos b = \frac{13}{4}$$

$$2(1 + \sin a \sin b + \cos a \cos b) = \frac{13}{4}$$

$$1 + \sin a \sin b + \cos a \cos b = \frac{13}{8}$$

$$\sin a \sin b + \cos a \cos b = \frac{13}{8} - 1$$

$$\cos (a - b) = \frac{5}{8}$$

Jawaban : C

16) Misal :

$$u = (x^2 + 2x + 3)$$

$$v = (4x + 5)$$

maka

$$u' = 2x + 2$$

$$v' = 4$$

sehingga penerapan rumus di atas menjadi

$$f'(x) = u'v + uv'$$

$$f'(x) = (2x + 2)(4x + 5) + (x^2 + 2x + 3)(4)$$

$$f'(x) = 8x^2 + 10x + 8x + 10 + 4x^2 + 8x + 12$$

$$f'(x) = 12x^2 + 26x + 22$$

Jawaban : A

17) Untuk $x = 0$ maka nilai $f(x)$ adalah

$$f(0) = \frac{0^2 + 3}{2 \times 0 + 1} = 3$$

Berikutnya menentukan turunan $f(x)$ yang berbentuk hasil bagi fungsi

$$f(x) = \frac{u}{v}$$
$$f'(x) = \frac{u'v - uv'}{v^2}$$

Misal:

$$u = x^2 + 3 \rightarrow u' = 2x$$

$$v = 2x + 1 \rightarrow v' = 2$$

Sehingga

$$f'(x) = \frac{2x(2x + 1) - (x^2 + 3)(2)}{(2x + 1)^2}$$

$$f'(0) = \frac{2 \times 0(2 \times 0 + 1) - (0^2 + 3)(2)}{(2 \times 0 + 1)^2}$$

$$= \frac{-6}{1} = -6$$

Sehingga $f(0) + 2f'(0) = 3 + 2(-6) = -9$

Jawaban : B

18) $f(x) = \sin^3(3 - 2x)$

$$f'(x) = 3 \sin^2(3 - 2x) \times \cos(3 - 2x) \times (-2)$$

$$f'(x) = -6 \sin^2(3 - 2x) \times \cos(3 - 2x)$$

Sampai sini sudah selesai, namun di pilihan belum terlihat, diotak-atik lagi dengan bentuk $\sin 2\theta = 2 \sin \theta \cos \theta$

$$f'(x) = -6 \sin^2(3 - 2x) \cos(3 - 2x)$$

$$f'(x) = -3 \times 2 \sin(3 - 2x) \sin(3 - 2x) \cos(3 - 2x)$$

$$f'(x) = -3 \times 2 \sin(3 - 2x) \cos(3 - 2x) \sin(3 - 2x)$$

$$\underbrace{\hspace{10em}}_{\downarrow}$$

$$\sin 2(3 - 2x)$$

$$f'(x) = -3 \sin 2(3 - 2x) \sin(3 - 2x)$$

$$f'(x) = -3 \sin(6 - 4x) \sin(3 - 2x)$$

atau

$$f'(x) = -3 \sin(3 - 2x) \sin(6 - 4x)$$

Jawaban : E

$$19) f(x) = \sin^2(2x + 3)$$

Turunkan \sin^2 , turunkan $\sin(2x + 3)$, turunkan $(2x + 3)$.

$$f'(x) = 2 \sin(2x + 3) \cos(2x + 3) \quad (2)$$

$$f'(x) = 4 \sin(2x + 3) \cos(2x + 3)$$

Jawaban : A

20) Tentukan dulu fungsi biaya proyek dalam x hari, kalikan biaya pada soal dengan x

$$\begin{aligned} B(x) &= x \left(3x - 900 + \frac{120}{x} \right) \\ &= 3x^2 - 900x + 120 \end{aligned}$$

Biaya minimum tercapai saat turunannya = 0,

$$B'(x) = 6x - 900$$

$$0 = 6x - 900$$

$$6x = 900$$

$$x = \frac{900}{6} = 150$$

Jawaban : E

$$21) \bar{a} = -\bar{b} \text{ maka } p\mathbf{i} - 2\mathbf{j} + q\mathbf{k} = -(2p+3)\mathbf{i} - 2\mathbf{j} - 3\mathbf{k}$$

$$p = -(2p+3)$$

$$p = -2p - 3$$

$$3p = -3$$

$$p = -1 \text{ dan } q = -3$$

$$\text{sehingga, } \bar{a} = -\mathbf{i} - 2\mathbf{j} - 3\mathbf{k}$$

Jawaban : C

$$22) \bar{a} = AB = B - A = (2, -4, 4) - (1, -2, 5) = (1, -2, -1)$$

$$\bar{b} = CA = A - C = (1, -2, 5) - (-1, 2, 7) = (2, 0, -2)$$

$$\bar{c} = \bar{b} - \bar{a} = (2, 0, -2) - (1, -2, -1) = (-1, 0, 3)$$

Jawaban : C

$$23) \bar{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ x \end{pmatrix} \text{ dan } \bar{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$$

Panjang vektor proyeksi \bar{a} pada \bar{b} adalah:

$$|\bar{c}| = \frac{\bar{a} \cdot \bar{b}}{|\bar{b}|}$$

$$2 = \frac{\begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ x \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}}{\sqrt{1^2 + 2^2 + (2)^2}} = \frac{4 + 4 + 2x}{\sqrt{9}}$$

$$2 \times 3 = 4 + 4 + 2x$$

$$2x = 6 - 8$$

$$x = \frac{-2}{2} = -1$$

$$\text{Jadi nilai } 2x = 2(-1) = -2$$

Jawaban : A

$$24) |u| = \sqrt{1^2 + 2^2 + 3^2} = \sqrt{14}$$

$$|v| = \sqrt{(-2)^2 + 3^2 + 1^2} = \sqrt{14}$$

$$\cos \theta = \frac{u \cdot v}{|u||v|} = \frac{(-2) + 6 + 3}{14} = \frac{7}{14}$$

$$\text{Jadi } \theta = 60 \text{ derajat, sehingga } \tan \theta = \tan 60 = \sqrt{3}$$

Jawaban : A

25) Jika \bar{a} dan \bar{c} masing-masing tegak lurus pada \bar{b} ,
maka

$$\bar{a} \cdot \bar{b} = 0 \leftrightarrow -s + 2t + 5(3s + 2) = 0$$

$$14s + 2t = -10$$

$$\begin{aligned} \bar{c} \cdot \bar{b} = 0 \leftrightarrow 2t - 2 + 7(3s + 2) = 0 &\leftrightarrow 21s + 2t \\ &= -12 \end{aligned}$$

Dengan metode eliminasi diperoleh:

$$14s + 2t = -10$$

$$\underline{21s + 2t = -12} \quad -$$

$$-7s = 2$$

$$s = -\frac{2}{7} \rightarrow t = -3$$

Sehingga

$$\bar{a} = -\frac{2}{7}\mathbf{i} - 3\mathbf{j} + 5\mathbf{k} \text{ dan } \bar{b} = -\mathbf{i} + 2\mathbf{j} + \frac{8}{7}\mathbf{k}$$

$$\begin{aligned} \text{Jadi } 7(\bar{a} - \bar{b}) &= 7\left(\left(-\frac{2}{7}\mathbf{i} - 3\mathbf{j} + 5\mathbf{k}\right) - \left(-\mathbf{i} + 2\mathbf{j} + \frac{8}{7}\mathbf{k}\right)\right) \\ &= 7\left((-2\mathbf{i} - 3\mathbf{j} + 5\mathbf{k}) - (-7\mathbf{i} + 14\mathbf{j} + 8\mathbf{k})\right) \\ &= 5\mathbf{i} - 17\mathbf{j} - 3\mathbf{k} \end{aligned}$$

Jawaban: B

$$26) \text{ Rata-rata A} = X_A = \frac{8+11+13+14+16+X}{6} = \frac{62+X}{6}$$

$$\text{Rata-rata B} = X_B = \frac{8,5+8+7,5+6,5+6,5+6,5+5,5}{7} = \frac{49}{7} = 7$$

$$X_A = 2 \cdot X_B$$

$$\frac{62+X}{6} = 2 \times 7$$

$$\frac{62+X}{6} = 14$$

$$62+X = 14 \times 6$$

$$62 + X = 84$$

$$X = 84 - 62 = 22$$

Jawaban : C

27) Misal : $P_1 = \text{pengamatan terkecil}$

$P_2 = \text{pengamatan sedang}$

$P_3 = \text{pengamatan terbesar}$

$$\text{Median} = 49 \rightarrow P_2 = 49$$

$$P_3 - P_1 = 6 \rightarrow P_3 = 6 + P_1$$

$$\text{Rata-rata} = 49$$

$$\frac{P_1 + P_2 + P_3}{3} = 49$$

$$\frac{P_1 + 49 + (6 + P_1)}{3} = 49$$

$$\frac{55 + 2P_1}{3} = 49$$

$$55 + 2P_1 = 49 \times 3$$

$$55 + 2P_1 = 147$$

$$2P_1 = 147 - 55 = 92$$

$$P_1 = \frac{92}{2} = 46$$

Jadi, nilai pengamatan terkecil adalah 46, maka nilai pengamatan terbesar adalah

$$P_3 = 6 + P_1 = 6 + 46 = 52$$

Jawaban : C

28) Diketahui data :

$$(2x - 1), 2x, (3x - 2), (2x + 2), (4x - 2), (7x - 3)$$

$$\text{Nilai data minimum } X_{min} = (2x - 1)$$

$$\text{Nilai data maksimum } X_{max} = (7x - 3)$$

$$\text{Jangkauan data} = R = X_{max} - X_{min}$$

$$13 = (7x - 3) - (2x - 1)$$

$$13 = 5x - 2$$

$$5x = 15$$

$$x = 3$$

$x = 3$ dengan demikian diperoleh data terurut 5, 6, 7, 8, 10, 18.

$$\text{Rata-rata data: } \bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{5+6+7+8+10+18}{6} = \frac{54}{6} = 9$$

Menentukan nilai $\sum(x_i - \bar{x})^2$

Nilai Data (x_i)	($x_i - \bar{x}$)	($x_i - \bar{x}$) ²
5	-4	16
6	-3	9
7	-2	4
8	-1	1
10	1	1
18	9	81
		$\sum(x_i - \bar{x})^2 = 112$

Ragam data:

$$V = S^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 = \frac{1}{6} \times 112 = \frac{112}{6} = \frac{56}{3} = 18 \frac{2}{3}$$

Jawaban : B

29) Jumlah data n = 48

Data	Frekuensi	F.kumulatif
20 - 25	4	4
26 - 31	6	10
32 - 37	6	16
38 - 43	9	25
44 - 49	11	36
50 - 55	8	44
56 - 61	4	48

$$\begin{aligned} \text{Kuartil bawah } (Q_1) &= \text{nilai data ke } \frac{1}{4}(n + 1) \\ &= \frac{1}{4}(48 + 1) = 12,25 \end{aligned}$$

Nilai data ke 12,25 terletak pada kelas interval 32 – 37

$$L_1 = 32 - 0,5 = 31,5$$

$$\sum f_{Q_1} = 4 + 6 = 10$$

$$f_{Q_1} = 6$$

$$I = \text{interval} = 6$$

$$\begin{aligned} Q_1 &= L_1 + \left(\frac{\frac{1}{4}n - \sum f_{Q_1}}{f_{Q_1}} \right) \times I \\ &= 31,5 + \left(\frac{12 - 10}{6} \right) \times 6 \\ &= 31,5 + 2 = 33,5 \end{aligned}$$

Jawaban : C

30) Karena median = 78 maka kelasnya berada pada kelas ketiga pada rentang 71 – 80. Dengan diketahui

$$n = 5 + 10 + 2k + 8 + 12 = 35 + 2k$$

$$Tb = 71 - 0,5 = 70,5$$

$$\Sigma f = 5 + 10 = 15, \text{ dengan } f = 2k \text{ dan } I = 10$$

$$\text{Dengan demikian, } Me = Tb + \left(\frac{\frac{n}{2} - \Sigma f}{f} \right) \times I$$

$$78 = 70,5 + \left(\frac{\frac{35 + 2k}{2} - 15}{2k} \right) \times 10$$

$$78 = 70,5 + \left(\frac{35 + 2k - 30}{4k} \right) \times 10$$

$$78 = 70,5 + \left(\frac{5 + 2k}{4k} \right) \times 10$$

$$78 - 70,5 = \frac{50 + 20k}{4k}$$

$$7,5 = \frac{50 + 20k}{4k}$$

$$7,5 \times 4k = 50 + 20k$$

$$30k - 20k = 50$$

$$10k = 50 \Leftrightarrow k = 5$$

Jawaban : A