
Himpunan

A. Pengertian Himpunan

Sekumpulan benda dikatakan himpunan jika kumpulan benda tersebut dapat didefinisikan dengan jelas.

Contoh Himpunan

- Himpunan hewan berkaki dua
- Himpunan alat tulis
- Himpunan bilangan prima

Bukan Himpunan

- kumpulan siswa pintar
- kumpulan wanita cantik
- Kumpulan makanan enak

Apakah kamu dapat membentuk himpunan nama hari yang berawalan dengan huruf “S”?

Jika kumpulan tersebut dapat membentuk himpunan, sebutkanlah anggota-anggotanya!

Pembahasan

Nama-nama hari yang berawalan “S” merupakan himpunan karena dapat didefinisikan dengan jelas. Anggota himpunan nama hari yang berawalan “S” yaitu Senin, Selasa dan Sabtu.

B. Menyatakan Anggota Himpunan dengan Kata-Kata

Merupakan anggota himpunan apakah bilangan-bilangan 2,3,5,7, dan 11?

Bilangan-bilangan 2,3,5,7, dan 11 merupakan himpunan bilangan prima yang kurang dari 13.

A = { bilangan prima yang kurang dari 13 }

Penulisan anggota himpunan diawali dan diakhiri dengan tanda kurung kurawal

Nama Himpunan

C. Menyatakan Anggota Himpunan dengan Notasi Pembentuk Himpunan

Anggota suatuhimpunandapatdinyatakandalamnotasipembentukhimpunandenganmenyebutkansyaratataucirikeanggotaannya

Contoh:

A = { bilangan prima yang kurangdari13 }

Penulisanhimpunantersebutdapatdinyatakandalambentuk:

$A = \{ x \mid x < 13 , x \in \text{himpunan bilangan prima}\}$

Yang dibaca "A adalahhimpunanx , dengan x kurangdari13 dan x anggotadarihimpunanbilanganprima". Lambang ∈ artinya " anggotadari" dan ∉artinya "bukananggotadari".

D. Menyatakan Anggota Himpunan dengan Cara Mendatar

- **Anggota suatu himpunan dapat dinyatakan dengan mendaftar anggotanya satu persatu**

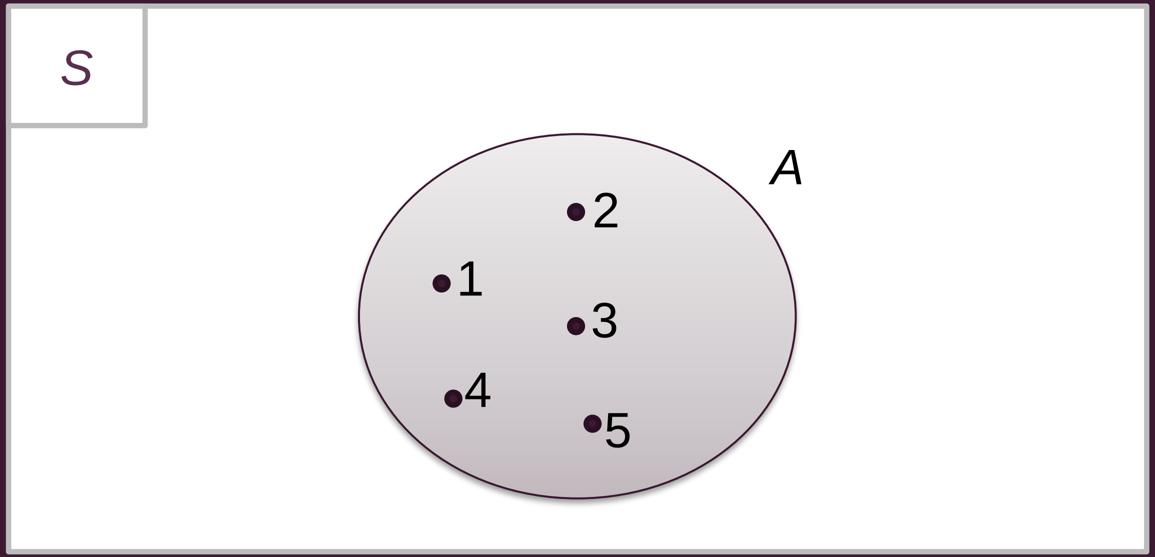
Jika A adalah himpunan bilangan asli yang kurang dari 10, maka himpunan A dapat dinyatakan dengan cara mendaftarkan anggotanya, yaitu :

$$A = \{ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 \}$$

E. Menyatakan Anggota Himpunan dengan Diagram Venn

Contoh :

Nyatakan himpunan A= { 1, 2, 3, 4, 5} dengan diagram venn



F. Banyaknya Anggota Suatu Himpunan

Untuk menyatakan banyaknya anggota himpunan A, digunakan lambang $n(A)$.

Contoh :

Tentukkanbanyaknyaanggotadarihimpunan$A = \{buku, penghapus, pensil, pulpen\}$

Penyelesaian :

Banyaknyaanggotahimpunan$A = 4$, ditulis $n(A) = 4$

Himpunan Kosong dan Nol, Himpunan Berhingga dan Tak Berhingga , Himpunan Semesta, serta Himpunan Bagian

A. HIMPUNAN KOSONG DAN NOL

Himpunan kosong adalah himpunan yang ***tidak mempunyai anggota***.

Himpunan kosong dinotasikan dengan $\emptyset$atau dapat pula dinotasikan dengan { }.

Misal : *M* adalah himpunan bilangan cacah yang kurang dari nol. Maka himpunan *M* dapat dinotasikan sebagai $M = \emptyset$atau $M = \{ \}$

Himpunan nol adalah himpunan yang anggotanya ***hanya satu unsur, yaitu 0 (angka nol)***.

Misal : *N* adalah himpunan bilangan cacah yang kurang dari satu. Maka himpunan *N* dapat dinotasikan sebagai $N = \{0\}$ yang menyatakan angka 0 (nol) sebagai himpunan.

Contoh soal :

A = { himpunan bilangan bulat antara -1 dan 1 }

A = {0}

Himpunan *A* adalah himpunan nol.

B = { himpunan bilangan asli kurang dari 1}

B= { }

Himpunan *B* adalah himpunan kosong, karena tidak ada bilangan asli yang kurang dari 1.

B. HIMPUNAN BERHINGGA

Himpunan berhingga adalah himpunan yang mempunyai banyak anggota secara terbatas, artinya himpunan bilangan berhingga dapat dinyatakan dengan bilangan cacah.

Contoh : Himpunan A adalah bilangan asli antara 1 hingga 9

Maka himpunan $A = \{ 2,3,4,5,6,7,8\}$

C. HIMPUNAN TAK BERHINGGA

Himpunan tak berhingga adalah himpunan yang banyak anggotanya tak berhingga atau tidak dapat dihitung.

Contoh : Himpunan B adalah himpunan semua bilangan asli

Maka himpunan $B = \{ 1,2,3,4,5,6,7,8,9,...\}$

D. HIMPUNAN SEMESTA

Himpunan Semesta adalah himpunan yang memuat semua anggota himpunan atau objek yang sedang dibicarakan.

Himpunan ini bisanya disimbolkan dengan huruf *S.*

Misal :

Tentukanlah himpunan semesta yang mungkin dari himpunan berikut:

S = {sapi, kerbau, domba, kambing, zebra, kuda}

Maka himpunan semesta yang mungkin dari

***S* adalah himpunan hewan herbivora (pemakan tumbuhan) berkaki empat.**

Contoh soal :

Tentukan tiga himpunan semesta yang mungkin untuk himpunan *H* = { 1, 3, 5, 7}

Jawaban :

Himpunan semesta yang mungkin untuk himpunan *H* antara lain :

- *H himpunan bilangan cacah,*
- *H himpunan bilangan bulat bulat,*
- *H himpunan bilangan ganjil,*

  atau
- *H himpunan bilangan asli*

E. HIMPUNAN BAGIAN

Misal :

Himpunan *P* disebut himpunan bagian dari himpunan *Q* jika setiap anggota di *P* merupakan anggota himpunan *Q*.

Notasi yang digunakan untuk menyatakan himpunan bagian adalah notasi$\subset$
Jadi jika himpunan *P* merupakan himpunan bagian dari *Q*, maka dapat ditulis
$P \subset Q$

Beberapa aturan mengenai himpunan bagian :

1. Setiap himpunan merupakan himpunan bagi dirinya sendiri
   jadi, jika kamu misalkan *A* adalah sebuah himpunan, maka $A \subset A$
2. Himpunan kosong merupakan himpunan bagian dari setiap himpunan.
   jadi, jika kamu misalkan *A* adalah sebuah himpunan, maka$\emptyset A$

HIMPUNAN BAGIAN

Misal :

Himpunan *P* disebut bukan himpunan bagian dari himpunan *Q* jika ada anggota di *P* yang bukan merupakan anggota himpunan *Q*.

Notasi yang digunakan untuk menyatakan bukan himpunan bagian adalah notasi $\not\subset$.

Jadi jika himpunan *P* bukan merupakan himpunan bagian dari *Q*, maka dapat ditulis $P \not\subset Q$.

$P = \{2, 4, 6\}$
$Q = \{1, 3, 9\}$
$P \not\subset Q$

$P = \{1, 3, 5, 8\}$
$Q = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$
$P \subset Q$

Cara mencari banyak himpunan bagian dari suatu himpunan

Jika H adalah sebuah himpunan dengan n anggota, maka banyaknya himpunan bagian dari H adalah . 2^n

Contoh soal :

Diketahui $Y = \{ 1, 2, 3\}$

a) Tentukan banyaknya himpunan bagian dari Y

b) Tentukan anggota himpunan bagian dari Y

c) Tentukan himpunan bagian dari Y yang memiliki 2 anggota

Penyelesaian :

a) $Y = \{1, 2, 3\}$ $n(Y) = 3$

b) Himpunan bagian dari Y adalah { }, { 1 }, {2}, {3}, {1, 2}, {1, 3}, {2, 3}, {1, 2, 3

c) himpunan bagian dari Y yang terdiri dari 2 anggota adalah { 1, 2}, { 1, 3}, dan {2, 3}

F. HIMPUNAN KUASA

Himpunan kuasa (*power set)* dari himpunan *A* adalah himpunan dari semua himpunan bagian *A.*
Himpunan kuasa dari himpunan *A* dilambangkan dengan *P(A).*
Banyaknya anggota himpunan kuasa dan himpunan *A* dilambangkan dengan *n(P(A)).*

Contoh :
Jika *A*= { 1,3, 5} , tentukan himpunan kuasanya.

2^n

Penyelesaian :
Himpunan kuasa dari *A* adalah :
P (A) = { { }, { 1}, {3}, {5}, {1, 3}, {1, 5}, { 3, 5}, {1, 3, 5}

$2^3 = 8$

G. KESAMAAN DUA HIMPUNAN

Dua himpunan *A* dan *B* dikatakan sama, ditulis *A* = *B* , jika setiap anggota di *A* sama dengan di *B.*

Contoh :

Sedikilah kesamaan dua himpunan berikut ini.

A = { bilangan genap antara 1 dan 9}

B = { 2, 4, 5, 8}

Penyelesaian :

A = { bilangan genap antara 1 dan 9} = { 2, 4, 5, 8}

B = { 2, 4, 5, 8}

Jadi *A* = *B*

DIAGRAM VENN DAN OPERASI PADA HIMPUNAN

1. Menyatakan Himpunan dengan Diagram Venn

Misal :

Kamu mempunyai himpunan Semesta, $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ dan $A = \{1, 2, 3\}$

Maka kamu dapat menyatakan himpunan *A* dalam bentuk diagram Venn seperti gambar di bawah ini.

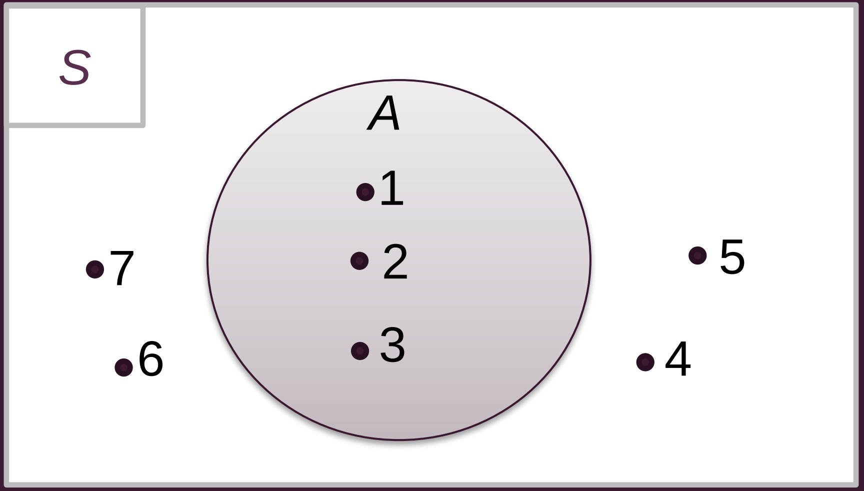


Diagram Venn adalah sebuah diagram yang menggambarkan hubungan antar himpunan

Menyatakan Himpunan dengan Diagram Venn

Himpunan Semesta *S* digambarkan dalam bentuk persegi panjang.
Himpunan *A* digambarkan dalam bentik lingkaran.
Anggota himpunan dinotasikan dalam bentuk noktah (titik) dengan nama anggota ditulis disamping noktah tersebut.

Anggota dari himpunan *A* adalah 1, 2, dan 3. Oleh karena itu 1, 2, dan 3 diletakkan dalam lingkaran *A*. Adapun 4, 5, 6, dan 7 bukan anggota *A*. Oleh karena itu, 4, 5, 6, dan 7 diletakkan di luar lingkaran *A*.

Contoh Soal

a. Gambarkan himpunan berikut ke bentuk diagram Venn

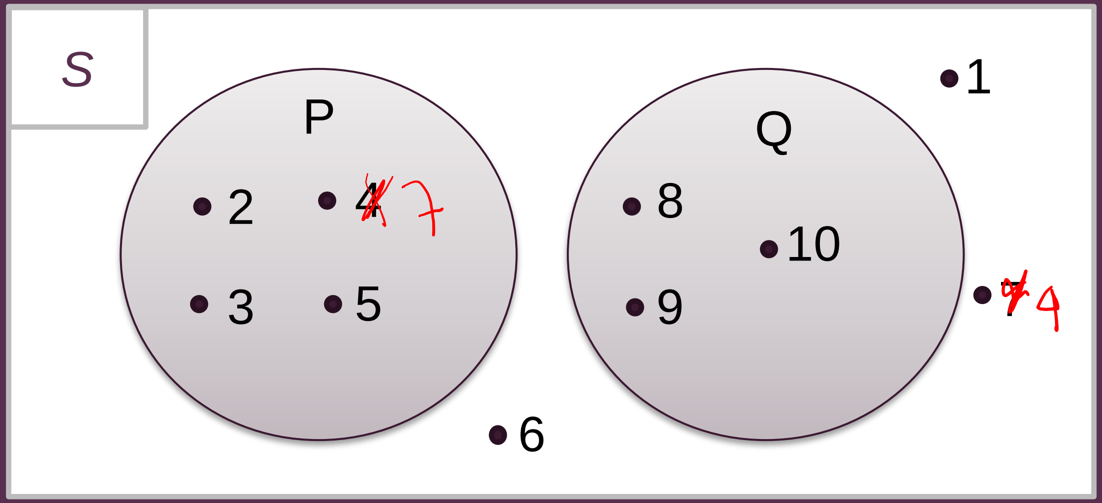
$$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$$

$$P = \{2, 3, 5, 7\}$$

$$Q = \{8, 9, 10\}$$

Penyelesaian :

Diagram Venn dari himpunan *S, P, Q* tersebut adalah sebagai berikut.



b. Gambarkan himpunan berikut ke bentuk diagram Venn

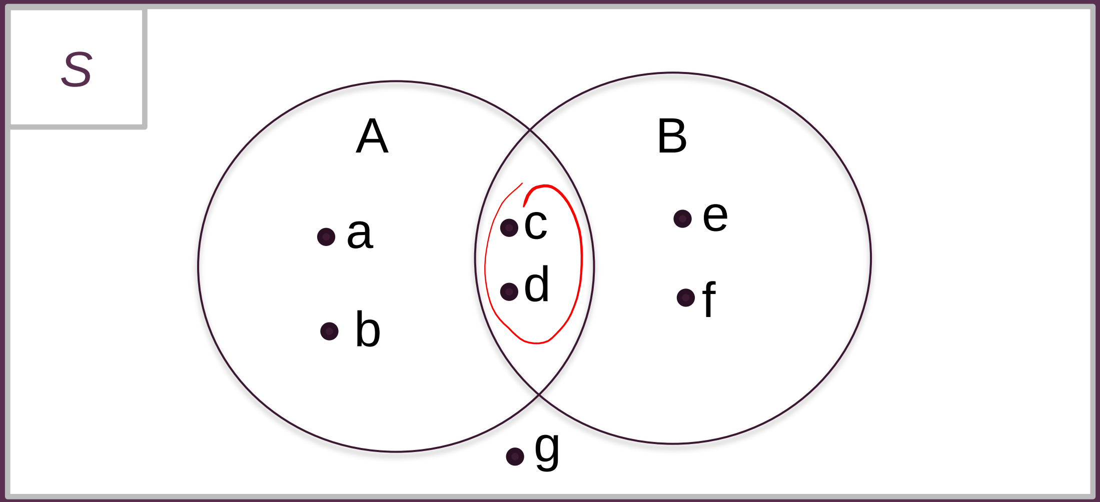
$S = \{a, b, c, d, e, f, g\}$

$A = \{a, b, c, d\}$

$B = \{c, d, e, f\}$

Penyelesaian :

Diagram Venn dari himpunan *S, A, B* tersebut adalah sebagai berikut.



2. Operasi pada Himpunan

Operasi–operasi pada himpunan :

1. Gabungan
2. Irisan
3. Selisih
4. Komplemen himpunan

OPERASI GABUNGAN HIMPUNAN

Gabungan antara dua himpunan *A* dan *B* merupakan suatu himpunan yang anggota-anggotanya merupakan anggota himpunan *A* atau anggota himpunan *B.* Gabungan antara himpunan *A* dan *B* dinotasikan dengan $A \cup B$

$$A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ atau } x \in B\}$$

anggota

CONTOH SOAL

OPERASI GABUNGAN HIMPUNAN

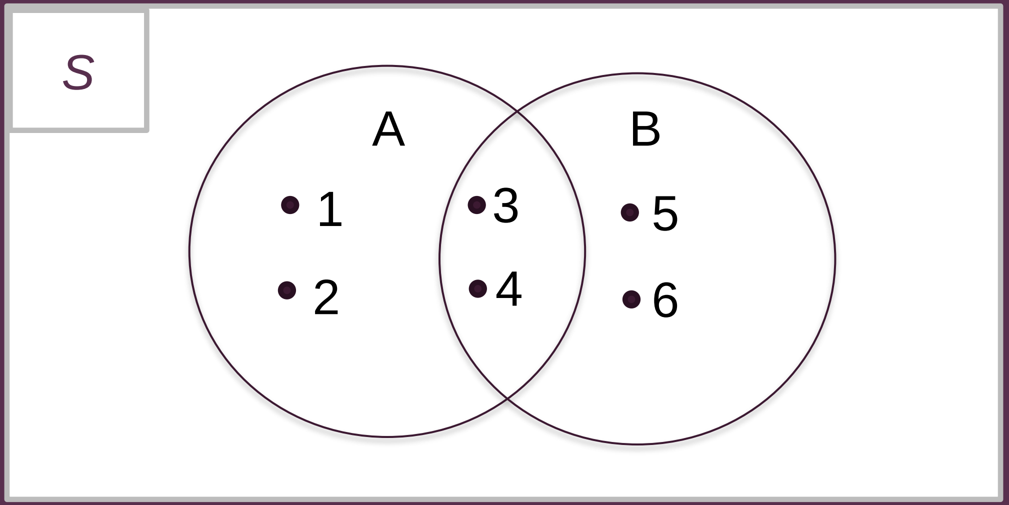
Tentukanlah $A \cup B$ jika diketahui himpunan $A = \{1, 2, 3, 4\}$ dan $B = \{3, 4, 5, 6\}$

Penyelesaian :

Permasalahan tersebut akan lebih mudah dipahami apabila digambar dalam bentuk diagram Venn .

Anggota – anggota gabungan himpunan A dan B adalah 1, 2, 3, 4, 5, dan 6

Dengan demikian, $A \cup B = \{1,2,3,4,5,6\}$



OPERASI IRISAN HIMPUNAN

Irisan antara dua himpunan A dan B merupakan suatu himpunan yang anggota-anggotanya merupakan anggota himpunan A dan juga merupakan anggota himpunan B. Irisan antara himpunan A dan B dinotasikan dengan $A \cap B$

$$A \cap B = \{x \mid x \in A \, dan \, x \in B\}$$

CONTOH SOAL

OPERASI IRISAN HIMPUNAN

Tentukanlah irisan dari A = { faktor dari 30} dan B = { lima bilangan prima yang pertama}. Kemudin tentukan $n\ (A \cap B)$

Penyelesaian :

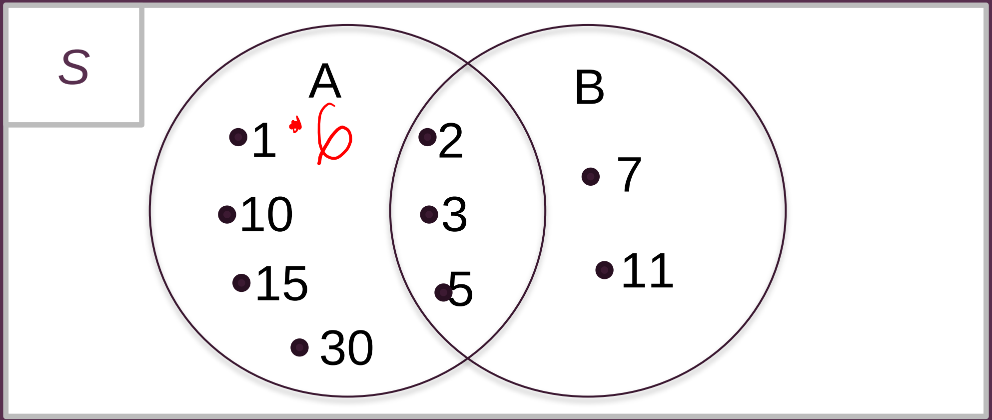
$A = \{1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30\}$

$B = \{2, 3, 5, 7\}$

Anggota himpunan A juga merupakan anggota himpunan B adalah 2, 3, dan 5. Dengan demikian, $A \cap B = \{2, 3, 5\}$.

Banyaknya anggota himpunan $A \cap B$ ada tiga, maka $n\ (A \cap B)$ = 3.

Apabila digambarkan dalam bentuk diagram Venn, maka gambarnya menjadi seperti ini.



OPERASI SELISIH HIMPUNAN

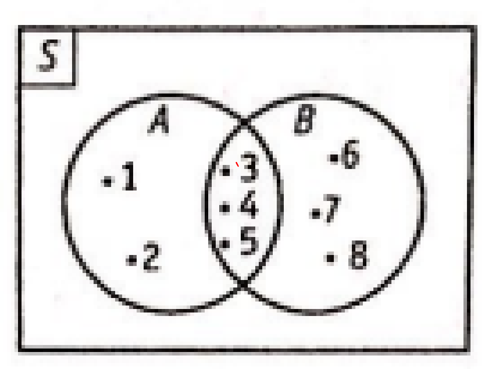
Selisih dua himpunan *A* dan *B* , ditullis *A* - *B* adalah sebuah himpunan yang anggota-anggotanya merupakan anggota himpunan *A* yang tidak termasuk anggota himpunan *B*.

$$A - B = \{x \mid x \in A \; dan \; x \notin B\}$$

A - B

CONTOH SOAL
OPERASI SELISIH HIMPUNAN

Tentukanlah anggota-anggota *A-B* dan *B-A* dari diagram Venn berikut.



Penyelesaian :

$A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

$B = \{3, 4, 5, 6, 7, 8\}$

Menentukan bahwa anggota-anggota himpunan *A* tidak termasuk di dalam himpunan *B* yakni $\{1, 2\}$. Dengan demikian, $A - B = \{1, 2\}$

Selain itu, tentukan pula anggota-anggota *B* yang tidak temasuk dalam A, yaitu $\{6, 7, 8\}$.

Dengan demikian, $B - A = \{6, 7, 8\}$

OPERASI KOMPLEMEN HIMPUNAN

Komplemen himpunan *A* adalah himpunan semua anggota yang terletak di luar *A*. Komplemen dari himpunan *A* dinotasikan dengan A^C

$$A^C = \{x \mid x \notin A\}$$

Terdapat tiga hal yang bisa ditemukan pada suatu komplemen himpunan, yaitu :

1. $\emptyset^c = S$. Komplemen dari himpunan kosong adalah himpunan semesta
2. $S^c = \emptyset$. Komplemen dari himpunan semesta adalah himpunan kosong
3. $(A^c)^c = A$. Komplemen dari komplemen suatu himpunan adalah himpunan itu sendiri.

CONTOH SOAL

OPERASI KOMPLEMEN HIMPUNAN

Pada suatu semesta himpunan $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ diketahui A = {bilangan prima} dan B = {bilangan ganjil } . Tentukanlah :

a. A^C b. B^c c. $(A \cap B)^C$

Penyelesaian :

a. $A = \{2, 3, 5, 7\}$ sehingga $A^C = \{1, 4, 6, 8\}$ ✓

b. $B = \{1, 3, 5, 7\}$ sehingga $b^c = \{2, 4, 6, 8\}$

c. $A \cap B = \{3, 5, 7\}$.

Dengan demikian, $(A \cap B)^c = \{1, 2, 4, 6, 8\}$

3. Sifat-sifat Operasi Himpunan

- **Secara umum untuk setiap himpunan *A, B, C* berlaku sifat berikut :**

a. SIFAT IDENTITAS

Sifat identitas gabungan :

$A \cup \emptyset = A$ dengan $\emptyset$ disebut elemen identitas pada gabungan himpunan

Sifat identitas irisan :

$A \cap S = A$ dengan S disebut elemen identitas pada irisan himpunan

Sifat – sifat operasi himpunan

- **Secara umum untuk setiap himpunan *A, B, C* berlaku sifat berikut :**

b. SIFAT KOMUTATIF

Sifat komutatif gabungan : $A \cup B = B \cup A$

Sifat komutatif irisan : $A \cap B = B \cap A$

$A = \{2, 3, 5\}$

$B = \{1, 4\}$

$A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

$B \cup A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

Sifat – sifat operasi himpunan

- **Secara umum untuk setiap himpunan *A, B, C* berlaku sifat berikut :**

c. SIFAT ASOSIATIF

Sifat asosiatif gabungan : $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$

Sifat asosiatif irisan : $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$

Sifat – sifat operasi himpunan

- **Secara umum untuk setiap himpunan *A, B, C* berlaku sifat berikut :**

d. SIFAT DISTRIBUTIF

Sifat distributif gabungan terhadap irisan :

$$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$$

Sifat distributif irisan terhadap gabungan :

$$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$$

Sifat – sifat operasi himpunan

- **Secara umum untuk setiap himpunan *A, B, C* berlaku sifat berikut :**

e. SIFAT KOMPLEMEN

$A \cup A^C = S$

$A \cap A^C = \emptyset$

Sifat – sifat operasi himpunan

❖ **Secara umum untuk setiap himpunan *A, B, C* berlaku sifat berikut :**

f. HUKUM De'Morgan

$$(A \cup B)^C = A^C \cap B^C$$

$$(A \cap B)^C = A^C \cup B^C$$

4. Menyelesakan Masalah dengan Menggunakan Konsep Himpunan

Contoh :

Dalam suatu kelas yang terdiri dari 30 siswa, diketahui 16 siswa gemar bermain catur, 15 siswa gemar bermain tenis meja, dan 10 siswa gemar keduanya.

a. Gambarlah diagram Venn untuk menggambarkan keadaan di atas

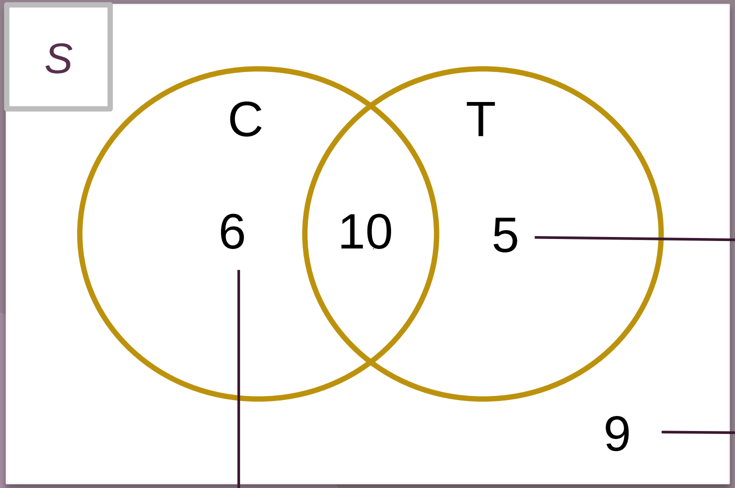
b. Berapa banyak siswa yang hanya gemar bermain catur?

c. Berapa banyak siswa yang tidak gemar keduanya?

PEMBAHASAN

Dalam suatu kelas yang terdiri dari 30 siswa, diketahui 16 siswa gemar bermain catur, 15 siswa gemar bermain tenis meja, dan 10 siswa gemar keduanya.

Penyelesaian :



15-10 = 5

16-10 = 6

Misalkan:

a. C = Himpunan siswa yang gemar bermain catur

T = Himpunan siswa yang gemar bermain tenis meja

b. Banyaknya anggota himpunan C, yaitu 6

c. Banyaknya anggota himpunan diluar C dan T adalah 9 (yang tidak gemar keduanya)

30 – (6 + 10 + 5) = 30 – 21 = 9

Catur = 16

Tm = 15

$C \cap Tm = 10$

Latihan

1. Diketahui $P = \{2, 3, 5, 7, 10, 12\}$ dan $Q = \{1, 3, 5, 7, 9\}$

   Hasil $P - Q$ adalah....

2. Diketahui himpunan $P = \{ x \mid x \leq 6, x \text{ bilangan cacah}\}$,

   $Q = \{ x \mid 1 \leq x \leq 8, x \text{ bilangan ganjil}\}$, $R = \{ x \mid 2 \leq x \leq 8, x \text{ bilangan asli}\}$

   Tentukanlah $P \cup \{Q \cap R\}$!

3. Diketahui S adalah himpunan semesta. P dan Q merupakan himpunan bagian dari S. $S = \{ e,u,r,a, s,i, h, o, m\}$. $P = \{r, a, o\}$, $Q = \{ s,e,r, m,a\}$. tentukanlah $(P \cup Q)^c$!

Diketahui S adalah himpunan semesta. P dan Q merupakan himpunan bagian dari S. $S = \{ e, u, r, a, s, i, h, o, m \}$. $P = \{r, a, o\}$, $Q = \{ s, e, r, m, a\}$. tentukanlah $(P \cup Q)^c$!

P

SOAL CERITA

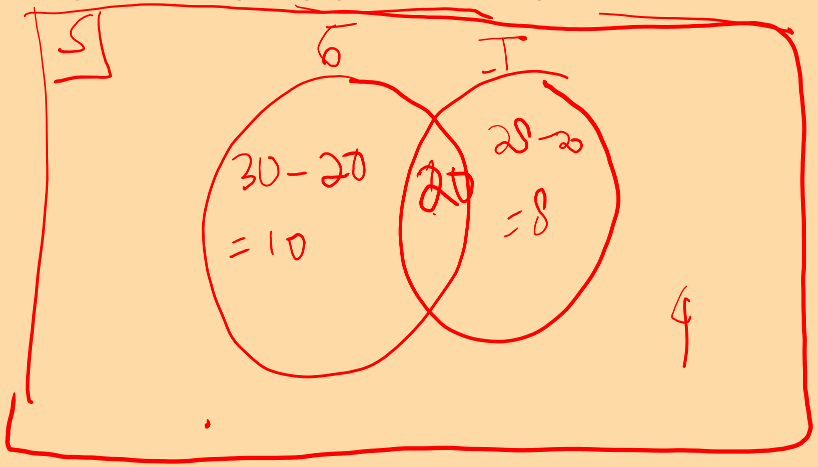
Dari 42 kambing yang ada di kandang milik pak Arman, 30 kambing menyukai rumput gajah, dan 28 ekor kambing menyukai rumput teki. apabila ada 4 ekor kambing yang tidak menyukai kedua rumput tersebut, berapa ekor kambing yang menyukai rumput gajah dan rumput teki?

$n\{A \wedge B\} = (n\{A\} + n\{B\}) - (n\{S\} - n\{X\})$

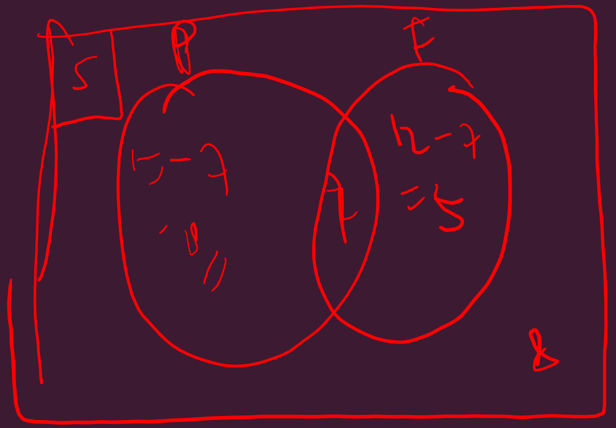
$n\{A \wedge B\} = (30 + 28) - (42 - 4)$

$n\{A \wedge B\} = 58 - 38$

$n\{A \wedge B\} = 20$



- Dari 28 peserta didik yang mengikuti kegiatan ekstrakurikuler di sekolah, 15 anak mengikuti pramuka, 12 anak mengikuti futsal, dan 7 anak mengikuti keduanya. Banyak peserta didik yang tidak mengikuti pramuka maupun futsal adalah.....
- Jawab:
- Diketahui: Jumlah peserta didik, n(S) = 28
- Jumlah peserta didik mengikuti pramuka, n(A) = 15
- Jumlah peserta didik mengikuti futsal, n(B) = 12
- Jumlah peserta didik mengikuti keduanya, n(AnB)= 7
- Ditanyakan: Banyak peserta didik yang tidak mengikuti keduanya, n(AUB)C
- $n\{A \cap B\} = (n\{A\} + n\{B\}) - (n\{S\} - n\{X\})$
- $7 = (15 + 12) - (28 - n\{X\})$
- $7 = 27 - 28 + n\{X\}$
- $7 = -1 + n\{X\}$
- $n\{X\} = 7 + 1$
- $n\{X\} = 8$
- Jadi, banyak peserta didik yang tidak mengikuti pramuka maupun futsal adalah 8 anak.



Soal

- Ada 40 peserta yang ikut lomba. Lomba baca puisi diikuti oleh 23 orang, lomba baca puisi dan menulis cerpen diikuti 12 orang. Banyak peserta yang mengikuti lomba menulis cerpen adalah…
- Dari sekelompok peserta didik, 12 peserta didik membawa jangka, 10 peserta didik membawa busur, 3 peserta didik membawa jangka dan busur, dan 5 peserta didik tidak membawa jangka maupun busur. Banyak peserta didik dalam kelompok itu adalah.....
- Dalam pendataan terhadap 40 peserta didik, diketahui 30 anak senang basket, 20 orang senang voli, 15 anak senang basket dan voli. banyak peserta didik yang tidak menyukai kedua jenis permainan tersebut adalah....

TUGAS

1. Dari suatu kelas terdapat 25 siswa suka membaca, 30 siswa suka mengarang. Jika 12 orang siswa suka membaca dan mengarang, banyak siswa dalam kelas tersebut adalah ....
2. Di dalam sebuah ruangan terdapat 150 siswa yang baru lulus SMP. Diketahui ada 75 siswa memilih untuk masuk SMA dan 63 siswa memilih untuk masuk SMK sementara ada 32 siswa yang belum menentukan pilihannya. Lalu, berapakah banyaknya siswa yang memilih untuk masuk SMA dan SMK?
3. Dari sekelompok atlet diketahui bahwa 17 orang menyukai sepak bola, 13 menyukai renang, dan 12 orang menyukai keduanya. coba kalian gambarkan diagram venn dan tentukan pula jumlah keseluruhan dari atlet tersebut.

THANKYOU

Selamat dan Semangat Belajar yaa...

LOGIKA MATEMATIKA

Venni Herli Sundi, M.Pd

LOGIKA MATEMATIKA

1. Pengertian Logika
2. Pernyataan Matematika
3. Nilai Kebenaran
4. Operasi Uner
5. Operasi Biner
6. Tabel kebenaran Pernyataan
7. Tautologi, Kontradiksi dan Kontingen
8. Pernyataan-pernyataan Equivalen
9. Konvers, Invers dan Kontrapositif
10. Penarikan Kesimpulan

Pengertian Logika

- Didalam *logika*, kita akan mengenal istilah *penalaran*, yang diartikan sebagai penarikan kesimpulan dalam sebuah argumen.
- Penalaran, sering pula diartikan cara berfikir, merupakan penjelasan untuk memperlihatkan hubungan antara dua hal atau lebih berdasarkan sifat-sifat atau hukum-hukum tertentu yang sudah diakui kebenarannya dengan langkah-langkah tertentu yang berakhir dengan sebuah kesimpulan.
- Dalam arti luas logika adalah sebuah metode dan prinsip-prinsip yang dapat memisahkan secara tegas antara penalaran yang benar dengan penalaran yang salah.

Pernyataan Matematika

- Pengertian Pernyataan

Pernyataan harus dibedakan dari kalimat biasa. Tidak semua kalimat termasuk pernyataan.

Pernyataan diartikan sebagai kalimat matematika tertutup yang benar atau salah, tapi tidak kedua-duanya dalam saat yang sama.

Pernyataan biasanya dinyatakan dengan huruf kecil, misalnya : p, q, r …

Contoh Pernyataan

p : Kambing adalah hewan berkaki empat

q : $6 \times 11 = 60$

r : Himpunan kosong adalah himpunan bagian dari setiap himpunan.

Kalimat tersebut di atas merupakan pernyataan, sebab dapat ditentukan nilai kebenaran dari kalimat-kalimat tersebut.

Contoh Bukan Pernyataan

- Apakah dia pandai ?
- Salinlah bacaan ini !
- $3x - 4 = 5x + 14$

Kalimat tersebut di atas bukan merupakan pernyataan, sebab tidak dapat ditentukan nilai kebenaran dari kalimat-kalimat tersebut.

Nilai Kebenaran

- Kebenaran atau kesalahan sebuah pernyataan dinamakan “ Nilai Kebenaran” dari pernyataan tersebut.
- Nilai kebenaran pernyataan p diberi lambang $\tau(p)$.

  Jika benar, maka nilai kebenarannya B, jika salah maka nilai kebenarannya S.

Contoh

- p : Kambing adalah hewan berkaki empat, maka

  $\tau(p) = B$

- q : 6 x 11 = 60, maka $\tau(q) = S$

- r : Himpunan kosong adalah himpunan bagian dari setiap himpunan,

  maka $\tau(r) = B$

Catatan :

Kalimat “x - 2 = 10” bukan contoh pernyataan, sebab kalimat tersebut benar jika x = 12 dan salah untuk x yang lainnya.

Kalimat perintah atau larangan bukanlah pernyataan (dalam arti Matematika), sebab tidak dapat ditentukan nilai kebenarannya.

Operasi Uner

- Operasi uner adalah operasi yang hanya berkenaan dengan satu unsur, yaitu pernyataanlah sebagai unsurnya.
- Dalam logika matematika terdapat operasi uner (monar) yaitu operasi negasi, atau disebut pula operasi penyangkalan/ ingkaran.
- Nilai kebenaran negasi sebuah pernyataan adalah kebalikan dari nilai kebenaran yang dimiliki oleh pernyataan tersebut.

Contoh negasi operasi uner

- $p : 4 + 4 = 16$, maka

  $\sim p : 4 + 4 \neq 16$

  $\sim p$: Tidak benar $4 + 4 = 16$

  $\tau(p) = S$ dan $\tau(\sim p) = B$

- $q : x^2 \geq 0, x \in R$, maka

  $\sim q : x^2 < 0, x \in R$

  $\sim q$: Tidak benar bahwa $x^2 \geq 0, x \in R$

  $\tau(q) = B$ dan $\tau(\sim q) = S$

Operasi Biner

- Operasi biner adalah operasi yang berkenaan dengan dua unsur.

  Dalam matematika yang termasuk operasi biner diantaranya ; penjumlahan, pengurangan, perkalian, pembagian.
- Dalam logika matematika, operasi biner berkenaan dengan dua pernyataan.
- Ada 4 macam operasi biner yang akan kita pelajari, yaitu :

1. Operasi Konjungsi
2. Operasi Disjungsi
3. Operasi Implikasi
4. Operasi Biimplikasi

Operasi Konjungsi

- Dua pernyataan tunggal dapat digabungkan menjadi suatu pernyataan majemuk. Salah satu cara penggabungan tersebut diantaranya dengan menggunakan kata "dan", yang dikenal dengan operasi "konjungsi".
- Konjungsi antara pernyataan p dan q dinyatakan dengan "$p \land q$".
- Pernyataan $p \land q$ merupakan pernyataan yang benar jika p dan q kedua-duanya benar, dan dalam keadaan yang lain adalah salah.

Contoh operasi konjungsi

- p : Persegi termasuk poligon
  q : Jajar genjang termasuk poligon
  $p \wedge q$: Persegi dan jajar genjang termasuk poligon, maka
  $\tau(p \wedge q) = B$, sebab $\tau(p) = B$ dan $\tau(q) = B$.
- p : Air raksa termasuk benda gas q :
  Helium termasuk benda gas
  $p \wedge q$: Air raksa dan helium termasuk benda gas, maka
  $\tau(p \wedge q) = S$, sebab $\tau(p) = S$ dan $\tau(q) = B$.

Operasi Disjungsi

- Pernyataan disjungsi adalah suatu pernyataan majemuk yang terdiri dari dua pernyataan tunggal yang dihubungkan dengan kata "atau" dan dilambangkan dengan "V".
- Disjungsi antara pernyataan p dan q dinyatakan dengan p V q.

Operasi Disjungsi (lanjutan)

- Kata “atau” seringkali mempunyai dua arti yang berbeda.
- Pernyataan “p V q” bisa mempunyai arti p atau q tetapi tidak keduanya dan dinamakan arti eksklusif. Disjungsi demikian disebut disjungsi eksklusif.
- Dilain pihak pernyataan “p V q” bisa mempunyai arti p atau q, atau keduanya. Disjungsi demikian disebut disjungsi inklusif.

Contoh Disjungsi Eksklusif

- p : Kamera adalah alat visual
- q : Kamera adalah alat audial
- p V q : Kamera adalah alat visual atau audial. Pada contoh di atas, Kamera termasuk alat visual, tetapi tidak termasuk alat audial. Jadi yang benar hanyalah satu dari kedua pernyataan pembentuknya, dan tidak keduanya. Disjungsi seperti ini disebut disjungsi eksklusif.

Contoh Disjungsi Inklusif

- p : 7 merupakan bilangan prima

  q : 7 merupakan bilangan ganjil

- p V q : 7 merupakan bilangan prima atau ganjil.
- Pada contoh di atas, kedua pernyataan tersebut benar, dan disjungsi seperti ini disebut disjungsi inklusif.

Nilai kebenaran operasi disjungsi

- Pada disjungsi eksklusif nilai kebenaran pVq adalah benar, jika nilai kebenaran p dan q berbeda, dan salah jika p dan q mempunyai nilai kebenaran yang sama. Disjungsi seperti ini diberi lambang khusus, yakni $\underline{\vee}$.
- Nilai kebenaran p V q pada disjungsi inklusif adalah benar jika salah satu dari p dan q adalah benar, atau kedua-duanya benar, dan salah jika p dan q keduanya salah.

Operasi Implikasi

- Pernyataan implikasi atau pernyataan kondisional adalah pernyataan yang berbentuk "jika p maka q".
- Operasi implikasi dilambangkan dengan tanda ladam kuda ⊃, atau tanda panah $\Rightarrow$
- Pernyataan "jika p maka q" ditulis dengan notasi p $\Rightarrow$ q .
- Pernyataan p disebut anteseden, sedangkan q disebut konsekuen.

Contoh operasi implikasi

- p : Pak Ali adalah seorang haji
- q : Pak Ali adalah seorang muslim
- p $\Rightarrow$ q : Jika Pak Ali seorang haji, maka ia seorang muslim.
- Nilai kebenaran p $\Rightarrow$ q adalah salah, jika pernyataan p benar dan pernyataan q salah, dan benar dalam keadaan yang lainnya.

Operasi Biimplikasi

- Pernyataan biimplikasi adalah pernyataan yang berbentuk "jika dan hanya jika", yang disingkat dengan "jhj" dan ditulis dengan lambang "$\Leftrightarrow$".
- Pernyataan "p jhj q" ditulis dengan notasi "$p \Leftrightarrow q$".
- Nilai kebenaran $p \Leftrightarrow q$ adalah benar jika nilai kebenaran p dan q sama, dan salah jika nilai kebenaran p dan q tidak sama.

Contoh biimplikasi

- Perhatikan pernyataan berikut ;
- (a) $x^2 \geq 0$ jhj $2^0 = 1$ ✓
- (b) $x^2 \geq 0$ jhj $2^0 = 0$
- (c) $x^2 < 0$ jhj $2^0 = 1$ ✓
- (d) $x^2 < 0$ jhj $2^0 = 0$
- Pernyataan (a) dan (d) merupakan pernyataan yang benar, sebab kedua pernyataan tersebut mempunyai nilai kebenaran yang sama.
- Sedangkan pernyataan (c) dan (d) merupakan pernyataan yang salah, sebab kedua pernyataan tersebut mempunyai nilai kebenaran yang berbeda.

Tabel Kebenaran Pernyataan

- Tabel kebenaran adalah suatu tabel yang memuat nilai kebenaran pernyataan-pernyataan majemuk.
- Untuk melengkapi tabel kebenaran, kita harus mengetahui dulu berapa banyak pernyataan yang termuat dalam tabel itu, sehingga tidak ada komposisi yang terlewatkan.

Contoh

- Sebagai contoh, jika kita mempunyai 2 pernyataan, maka komposisi yang mungkin adalah ;

p	q
B	B
B	S
S	B
S	S

Tabel kebenaran dari operasi konjungsi, disjungsi, implikasi dan biimplikasi

Konjungsi

p	q	$p \wedge q$
B	B	B
B	S	S
S	B	S
S	S	S

Disjungsi Inklusif

p	q	$p \vee q$
B	B	B
B	S	B
S	B	B
S	S	S

Tabel kebenaran dari operasi konjungsi, disjungsi, implikasi dan biimplikasi

Implikasi

p	q	$p \rightarrow q$
B	B	B
B	S	S
S	B	B
S	S	B

Biimplikasi

p	q	$p \Leftrightarrow q$
B	B	B
B	S	S
S	B	S
S	S	B

Jika pernyataan majemuk memuat n pernyataan tunggal, maka jumlah komposisi nilai kebenarannya adalah 2^n. Jadi, tabel dari 3 pernyataan memuat 8 komposisi, tabel dari 4 pernyataan memuat 16 komposisi, dst.

Untuk membuat tabel kebenaran majemuk yang memuat n pernyataan tunggal, dilakukan langkah berikut ;

Kolom-1, isikan huruf B mulai dari baris pertama sebanyak 2^{n-1}, dilanjutkan huruf S sebanyak 2^{n-1}.

Kolom-2, isikan huruf B sebanyak 2^{n-2}, dilanjutkan huruf S sebanyak 2^{n-2}, kemudian huruf B lagi sebanyak 2^{n-2}, dilanjutkan huruf S sebanyak 2^{n-2}, silih berganti sampai baris terakhir.

Kolom-3, isikan huruf B sebanyak 2^{n-3}, dilanjutkan huruf S sebanyak 2^{n-3}, kemudian huruf B lagi sebanyak 2^{n-3}, dilanjutkan huruf S sebanyak 2^{n-3}, silih berganti sampai baris terakhir. Dan seterusnya.

Contoh komposisi untuk 3 pernyataan

p	q	r
B	B	B
B	B	S
B	S	B
B	S	S
S	B	B
S	B	S
S	S	B
S	S	S

Thanks!

Venni Herli Sundi, M.Pd

venni.herli@umj.ac.id
081928257717

PENALARAN DALAM MATEMATIKA

PGSD FIP UMJ

PENALARAN MATEMATIKA (REASONING MATHEMATIC)

Arti dan Pentingnya

"penalaran": berpikir kritis, berpikir tingkat tinggi, penalaran logis, atau sekadar penalaran.

Contoh

Penalaran matematika adalah keterampilan kritis yang memungkinkan siswa untuk menggunakan semua keterampilan matematika lainnya.

Menurut Peraturan Menteri Pendidikan Nasional Nomor 22 Tahun 2006 tentang Standar Isi disebutkan bahwa mata pelajaran matematika harus diberikan kepada semua peserta didik, mulai dari sekolah dasar untuk membekali mereka dengan kemampuan berpikir logis (penalaran), analitis, sistematis, kritis, kreatif, dan kooperatif (dalam Hasanah & Surya, 2017).

Menurut Ball & Bass (Lithner, 2012:5)"

Mathematical reasoning is no less than a basic skil" yang artinya

"Penalaran matematika tidak kurang dari keterampilan dasar"

menurut Umay (Gunhan, 2014:1)''

Reasoning is a skill that is demonstrated during the advanced stages of thought

yang diartikan dengan

penalaran adalah keterampilan yang ditunjukkan selama tahap lanjutan dari pemikiran, dengan kata lain, selama proses penalaran matematis dan yang merupakan pemikiran matematika.

Webster (Gunhan, 2014:1)''

PENALARAN MATEMATIKA

Dengan perkembangan penalaran matematis, siswa menyadari bahwa matematika itu masuk akal dan dapat dipahami. Mereka belajar bagaimana mengevaluasi situasi, memilih strategi pemecahan masalah, menarik kesimpulan logis, mengembangkan dan mendeskripsikan solusi, dan mengenali bagaimana solusi tersebut dapat diterapkan. Penalar matematika dapat merefleksikan solusi untuk masalah dan menentukan apakah itu masuk akal atau tidak.

PROSES PENALARAN MATEMATIKA

1. Setiap siswa memiliki potensi untuk berpikir tingkat tinggi.

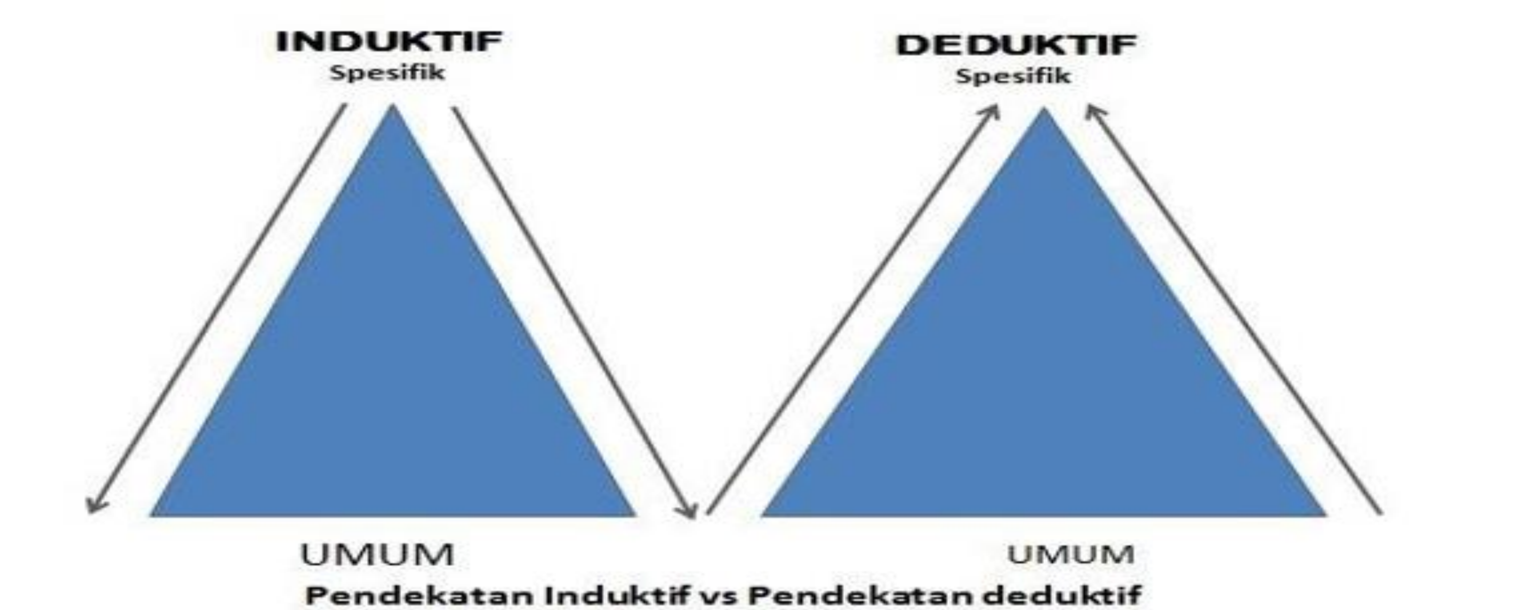
2. Kuncinya adalah membuka dunia matematika.

3. melalui kecenderungan alami siswa untuk berjuang demi tujuan dan makna.

Penalaran adalah dasar untuk mengetahui dan melakukan matematika.

5. Menganggap dan mendemonstrasikan validitas logis dari dugaan adalah inti dari tindakan kreatif dalam matematika.

PENALARAN TERBAGI MENJADI 2 JENIS:



PENALARAN INDUKTIF

proses berpikir dengan mengambil suatu kesimpulan yang bersifat umum atau membuat suatu pernyataan baru dari kasus-kasus yang khusus

PENALARAN DEDUKTIF

penarikan kesimpulan dari hal yang umum menuju hal yang khusus berdasarkan fakta-fakta yang ada.

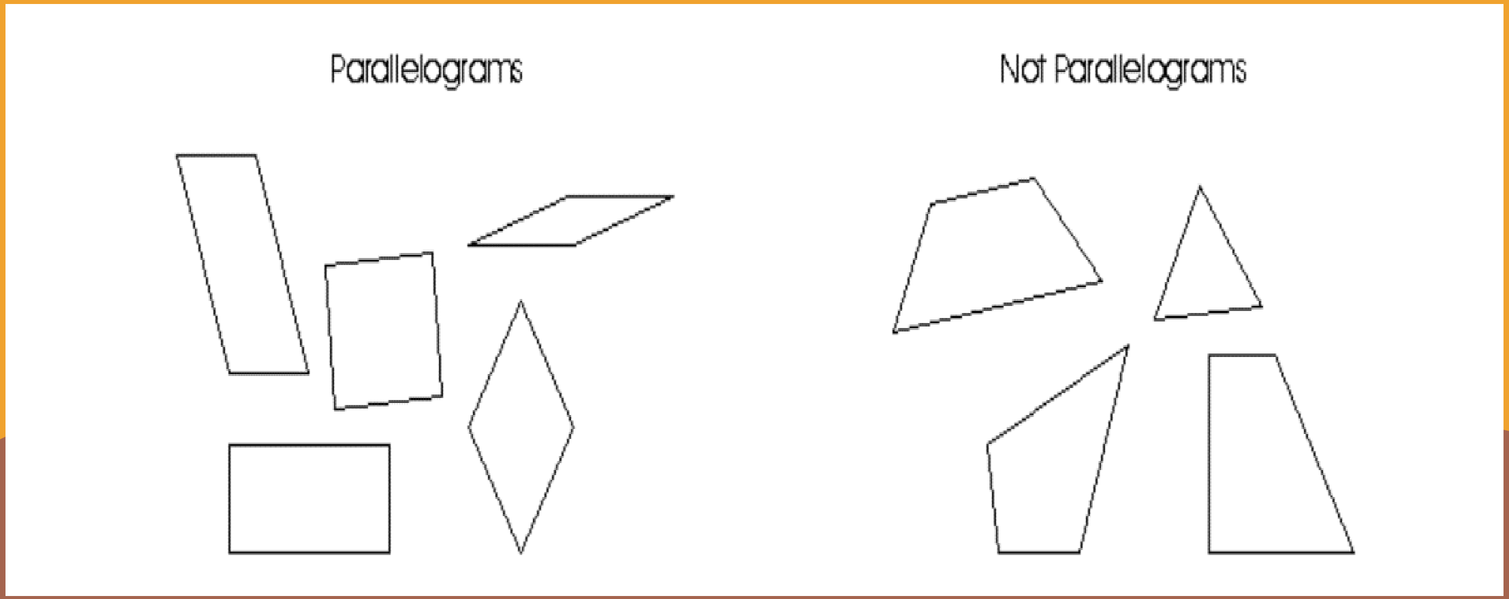
PENALARAN INDUKTIF

Arti

Penalaran induktif melibatkan mencari pola dan membuat generalisasi.

Contoh

siswa menggunakan jenis penalaran ini ketika mereka melihat banyak jajaran genjang yang berbeda, dan mencoba membuat daftar karakteristik yang mereka miliki bersama.



Proses penalaran ditingkatkan dengan juga mempertimbangkan angka-angka yang bukan jajaran genjang dan mendiskusikan bagaimana perbedaannya.

BEBERAPA KEGIATAN YANG TERGOLONG PADA PENALARAN INDUKTIF

1. Transduktif yaitu menarik kesimpulan dari suatu kasus atau sifat khusus yang satu diterapkan pada kasus yang khusus lainnya

2. Analogi yaitu penarikan kesimpulan berdasarkan keserupaan data atau proses

3. Generalisasi yaitu penarikan kesimpulan umum berdasarkan sejumlah data yang teramati

4.Memperkirakan jawaban, solusi atau kecenderungan, interpolasi, dan ekstrapolasi.

5. Memberi penjelasan terhadap model, fakta, sifat, hubungan, atau pola yang ada.

6. Menggunakan pola hubungan untuk menganalisis situasi dan menyusun konjektur

Banyak siswa menggunakan penalaran induktif lebih sering daripada yang disadari guru, tetapi generalisasi yang mereka bentuk tidak selalu benar.

Misalnya, seorang siswa mungkin melihat sebagai berikut:
contoh 16/64 = 1/4 dan 19/95 = 1/5
dan beralasan secara induktif bahwa angka umum dalam pecahan dapat dibatalkan.
Siswa harus menyadari bahwa dia perlu terus menguji dugaannya sebelum membuat generalisasi seperti itu, karena 17/76 tidak sama dengan 1/6, misalnya.

PENALARAN DEDUKTIF

Arti

Penalaran deduktif melibatkan membuat argumen logis, menarik kesimpulan, dan menerapkan generalisasi pada situasi tertentu.

Contoh

setelah siswa mengembangkan pemahaman tentang "jajaran genjang," mereka menerapkan generalisasi itu pada gambar baru untuk memutuskan apakah masing-masing adalah jajaran genjang atau tidak

BEBERAPA KEGIATAN YANG TERGOLONG PADA PENALARAN DEDUKTIF

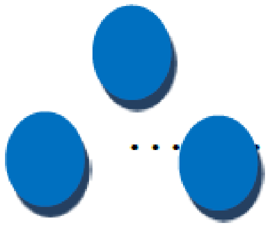
1. Melaksanakan perhitungan berdasarkan aturan atau rumus tertentu

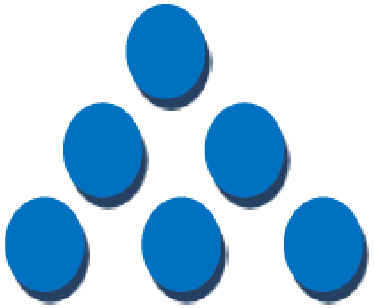
2. Menarik kesimpulan logis

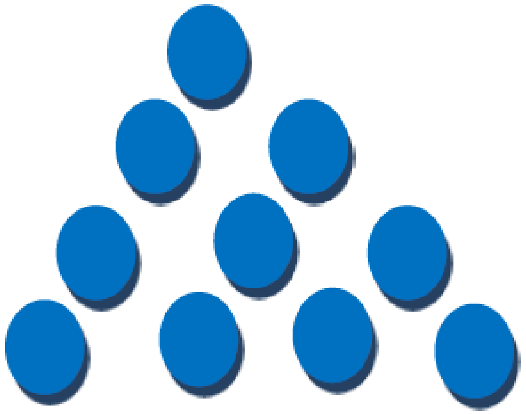
3. Menyusun pembuktian langsung, pembuktian tak langsung dan pembuktian dengan induksi matematika

4. Menyusun analisis dan sintesis beberapa kasus

Contoh Soal



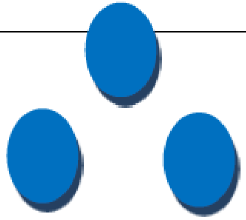
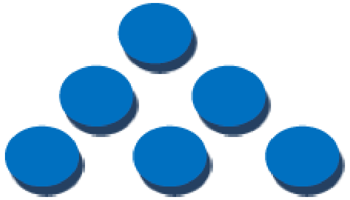
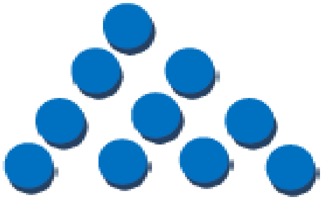
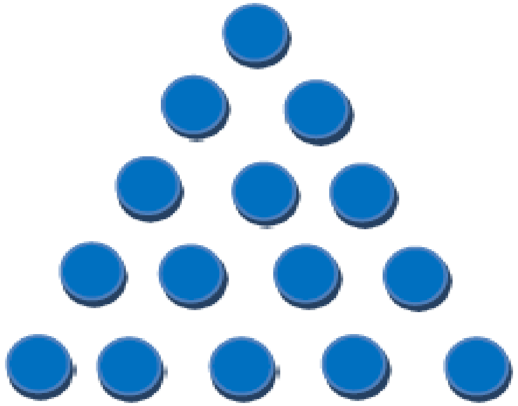
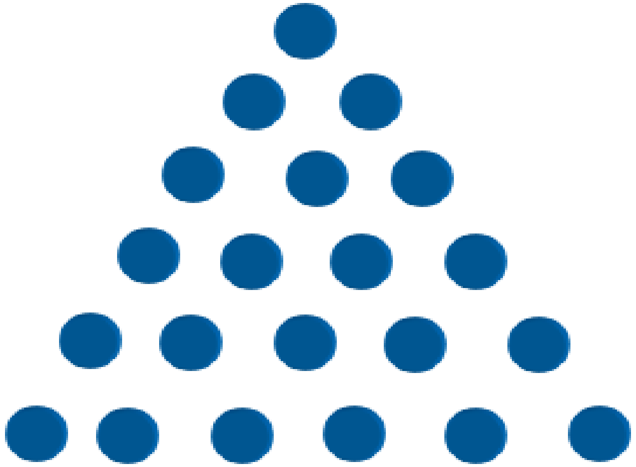




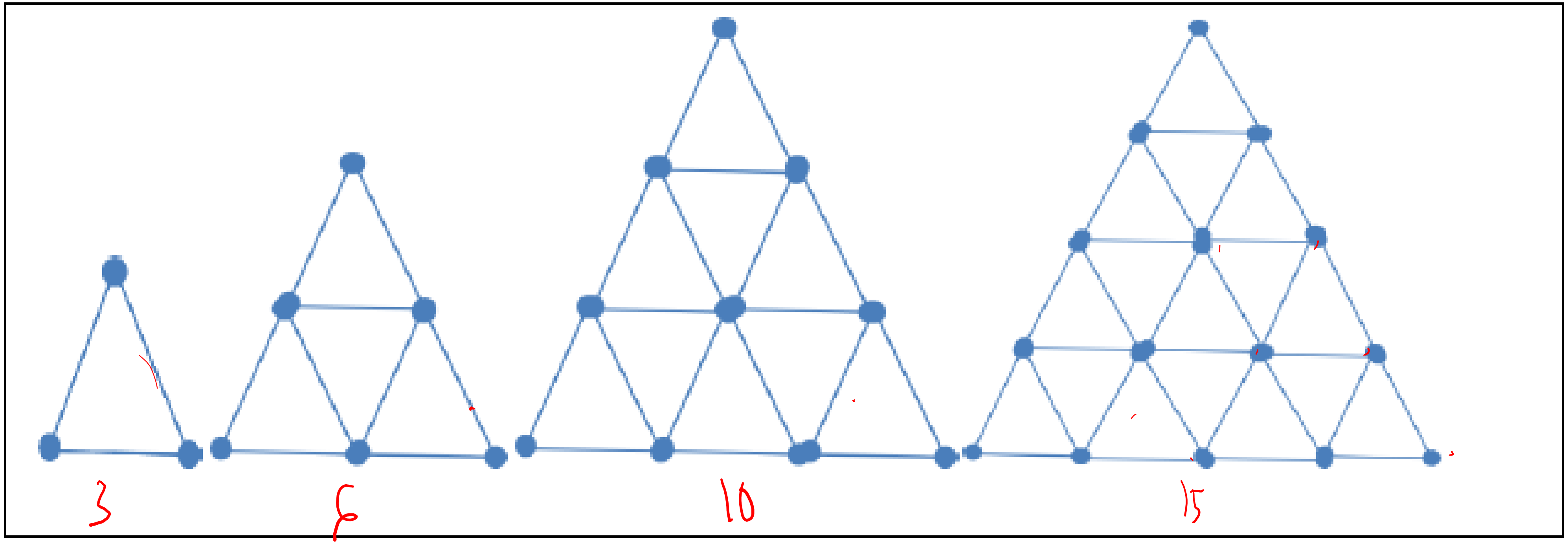
.....

Gbr 1 Gbr 2 Gbr 3

1. Perhatikan gambar diatas! Tentukanlah berapa jumlah bola yang dibutuhkan dalam pola ke 5 agar membentuk segitga sama sisi?

Pola	Gambar
Pola 1	
Pola 2	
Pola 3	
Pola 4	
Pola 5	 jumlah bola yang dibutuhkan dalam pola ke 5 agar membentuk segitga sama sisi adalah 21 bola

2. Perhatikan gambar dibawah ini ! Satu segitiga membutuhkan 3 titik sudut agar membentuk segitiga sama sisi. Kesimpulan apa yang kamu peroleh pada titik sudut dalam pola ke 5?



Jawaban

Pola 1 =======➔ 3 titik sudut

Pola 2 =======➔ 6 titik sudut

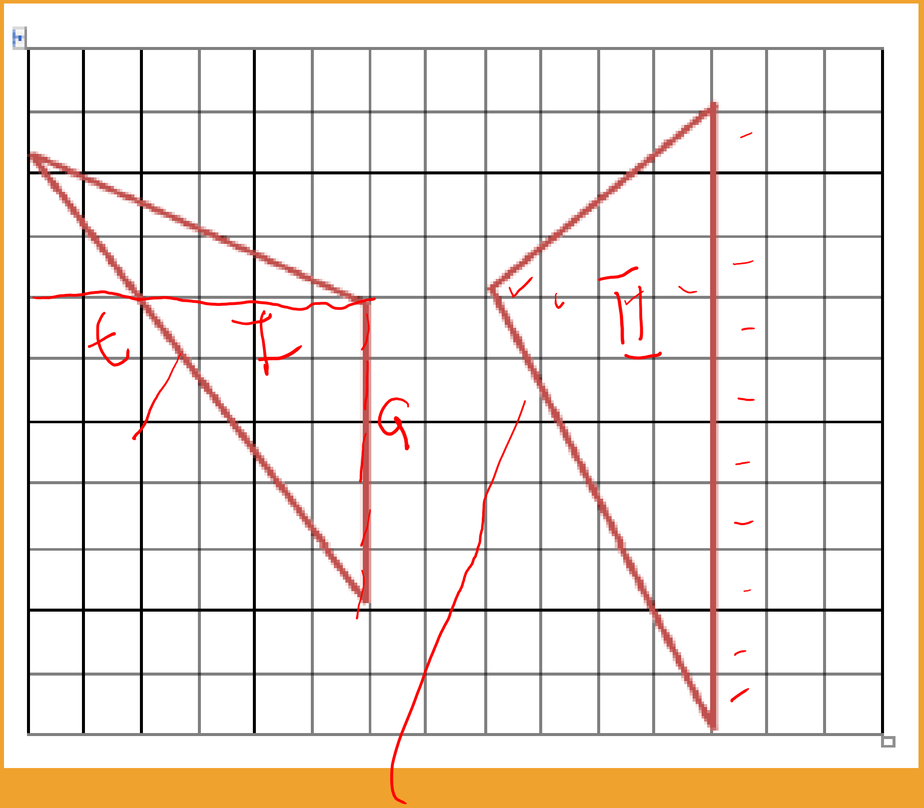
Pola 3 =======➔ 10 titik sudut

Pola 4 =======➔ 15 titik sudut

Pola 5 =======➔ 21 titik sudut

Tentukan banyaknya segitiga yang terdapat dalam gambar berikut!

Tentukan luas daerah segitiga berikut:



$L\ \Delta I = \frac{4 \times 6}{3}$

$= \frac{5 \times 6}{2}$

$= \frac{30}{2} = 15$

$L\ II = \frac{4 \times 6}{2}$

$= \frac{10 \times 4}{2} = \frac{40}{2} = 20$

Jawab:

Segitiga I

Alas : 5 satuan

Tinggi: 6 satuan

Maka luas daerah segitiga adalah $= \frac{1}{2} x 6 x 5 = \frac{30}{2} = 15$ satuan luas

Segitiga II

Alas: 10 satuan

Tinggi: 4 satuan

Maka luas daerah segitiga adalah $= \frac{1}{2} x 10 x 4 = \frac{40}{2} = 20$ satuan luas

THANKS!

Resnick, Lauren. *Education and Learning to Think.* Washington, DC: National Academy Press, 1987.

https://www.researchgate.net/publication/321824160

Relasi dan Fungsi

Subbab Relasi

Relasi

Hubungan

Apa itu Relasi ?

Relasi adalah suatu aturan yang menghubungkan himpunan A ke himpunan B

Contoh:

$A = \{Aldi, Beta, Dewi, Faro, Jaka\}$
$B = \{Soto, Sate, Bakso, Bubur, Rawon\}$

Relasi yang mungkin untuk memasangkan anggota himpunan A ke anggota himpunan B adalah ?

Jawab :
- Menyukai
- Memesan
- Menjual
- Memasak, dll

Bagaimana cara menyatakan relasi ?

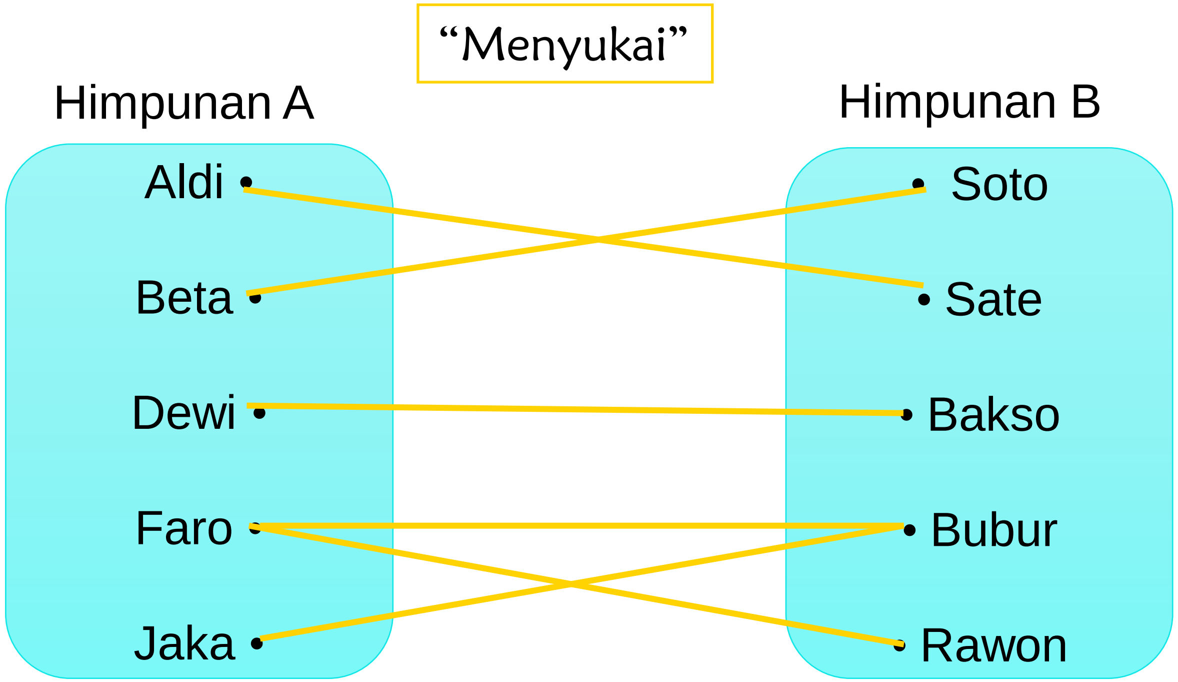
Menyatakan Relasi

01 Diagram Panah

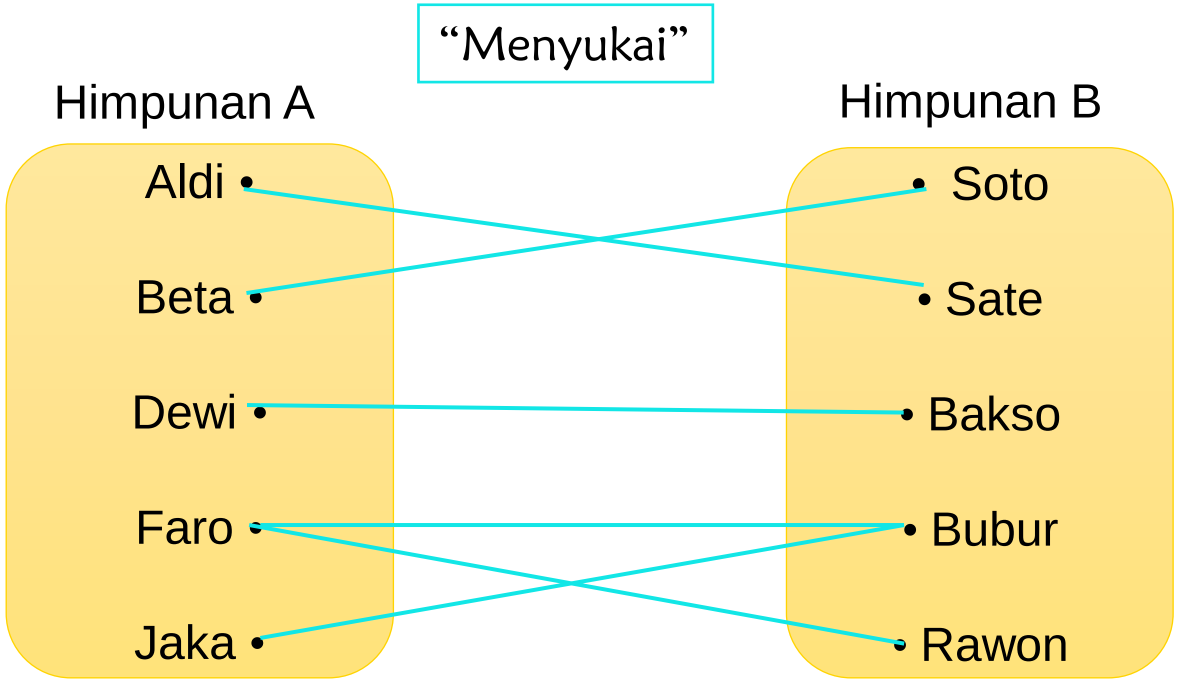
02 Himpunan Pasangan Berurutan

03 Diagram Kartesius

1. Diagram Panah

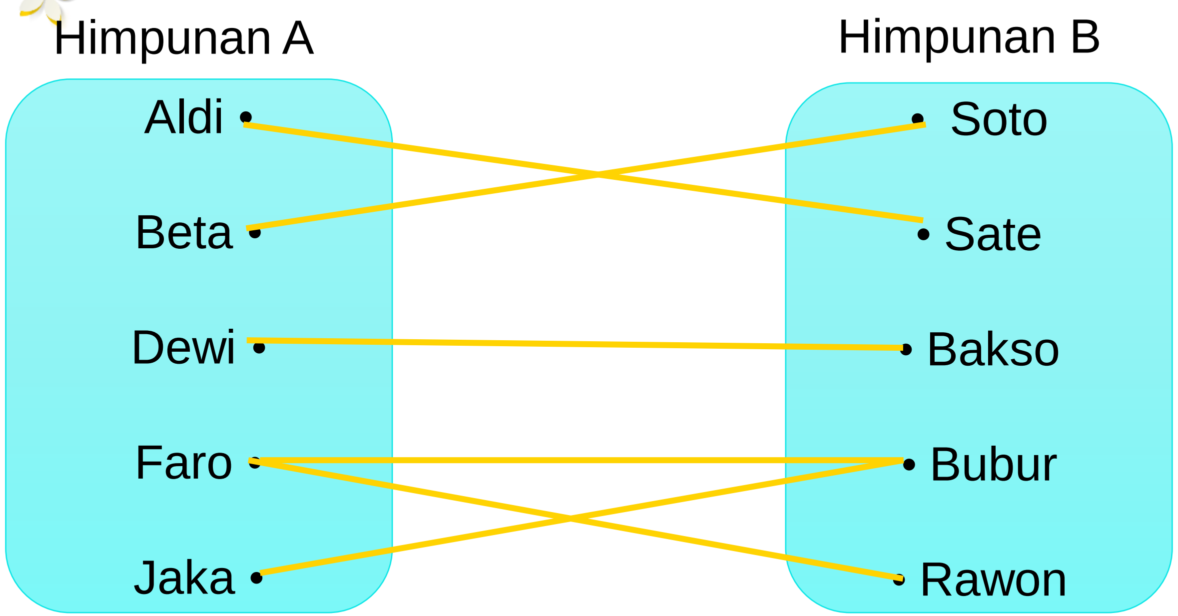


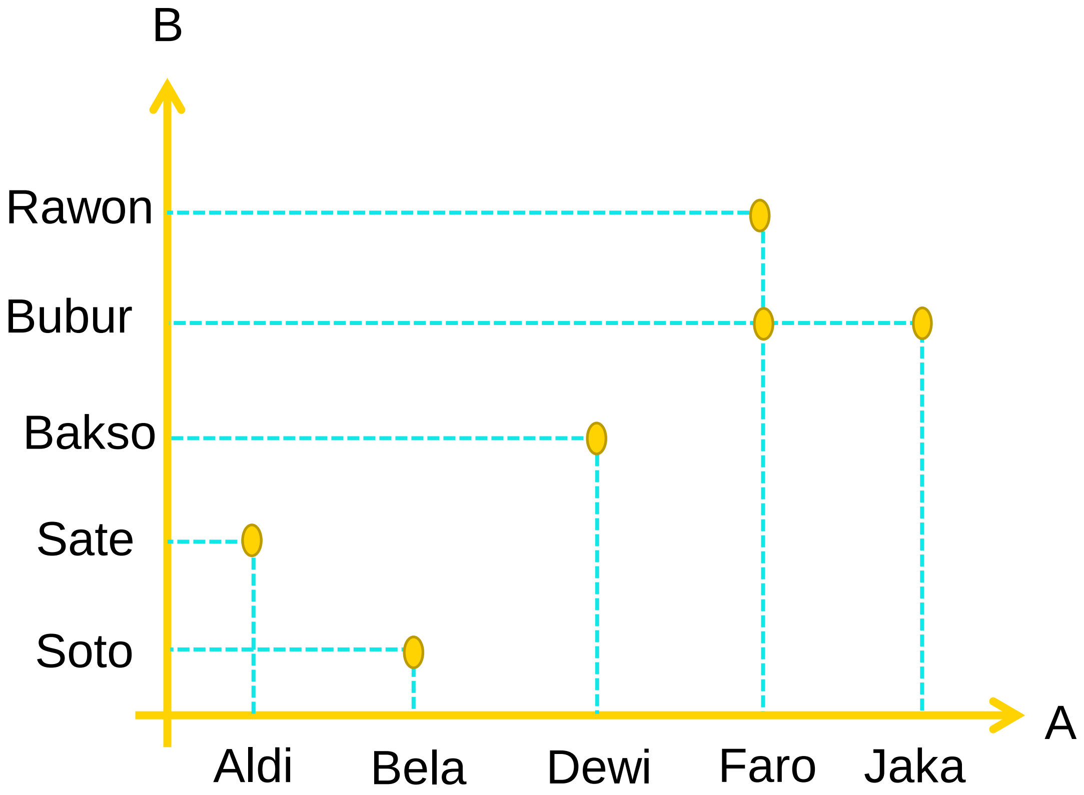
2. Himpunan Pasangan Berurutan



Himpunan pasangan berurutan dari diagram di atas adalah :
{(Aldi, Sate), (Beta, Soto), (Dewi, Bakso), (Faro, Bubur),
(Faro, Rawon), (Jaka, Bubur)}

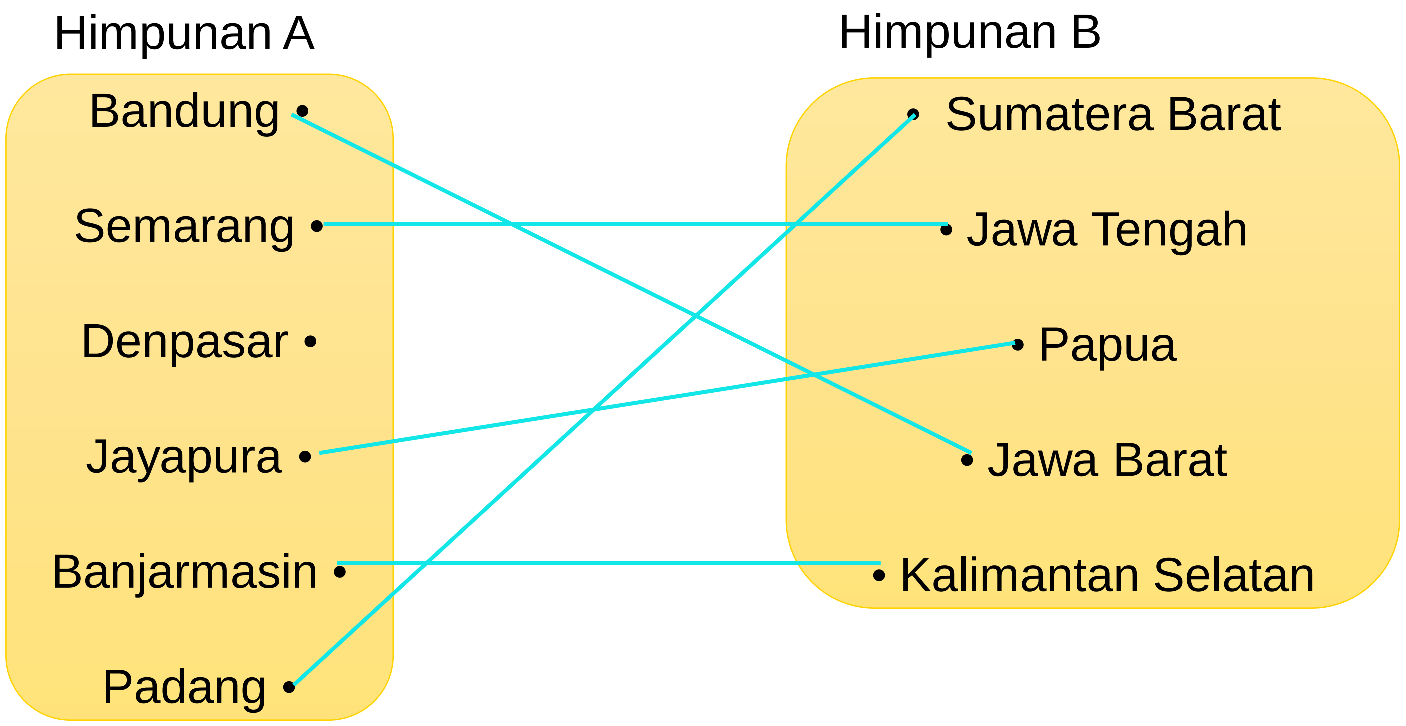
3. Diagram Kartesius





Contoh Soal

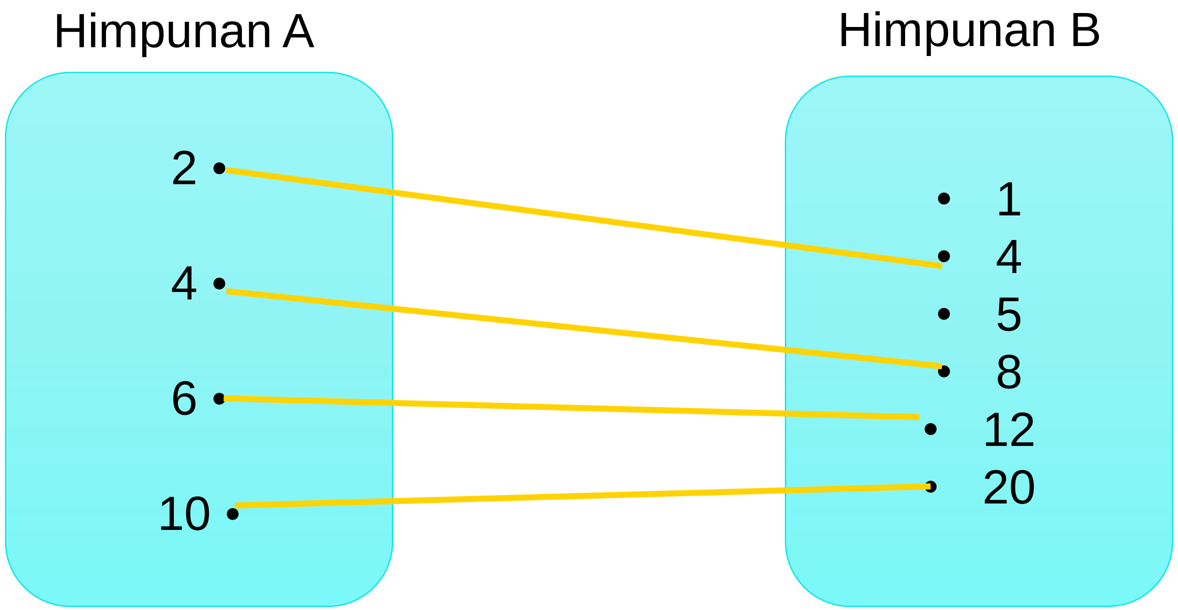
$A = \{Bandung, Semarang, Denpasar, Jayapura, Banjarmasin, Padang\}$
$B = \{Sumatera\ Barat, Jawa\ Tengah, Papua, Jawa\ Barat, Kalimantan\ Selatan\}$
Buatlah diagram panah dengan relasi **“ibu kota dari”**



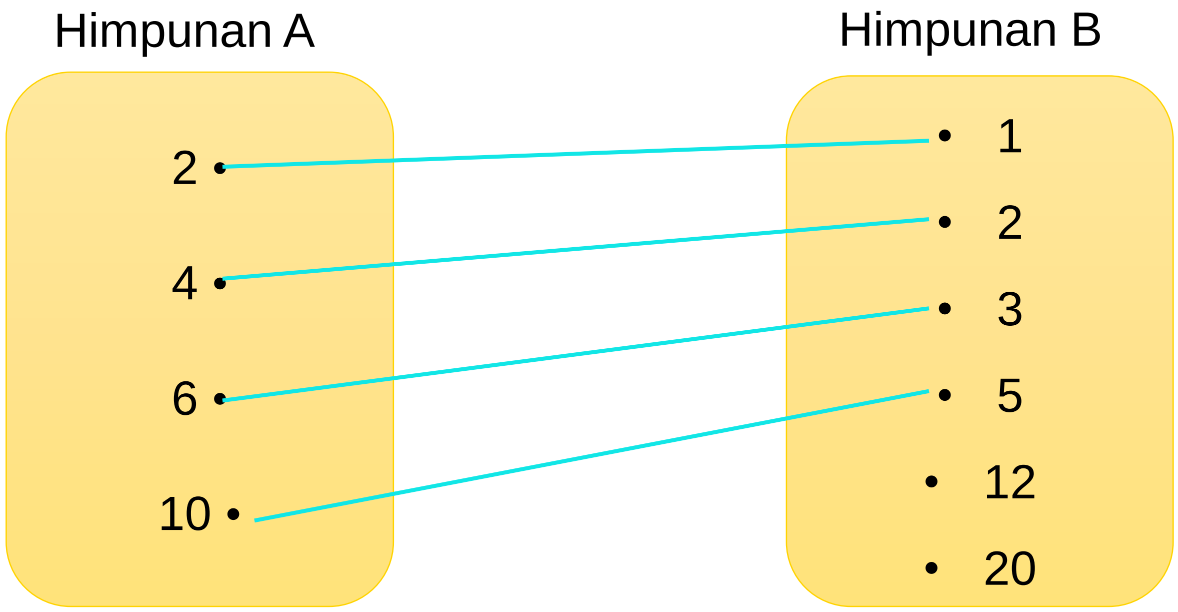
$A = \{2,4,6,10\}$

$B = \{1,4,5,8,12,20\}$

Buatlah diagram panah dengan relasi **“setengah dari”**



$A = \{2,4,6,10\}$
$B = \{1,2,3,5,12,20\}$
Buatlah diagram panah dengan relasi **“Dua kali dari”**



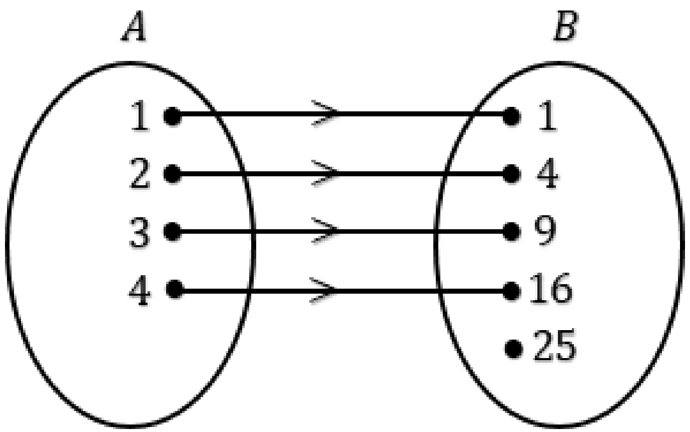
Diketahui himpunan
$P = \{bunga\ mawar, bunga\ melati, bunga\ matahari, bunga\ dahlia\}$ dan himpunan $Q = \{putih, merah, orange, ungu\}$. Nyatakanlah relasi dari himpunan P ke himpunan Q sebagai relasi **“berwarna”** dalam bentuk himpunan pasangan berurutan.

Jawab:
{(bunga mawar, merah),(bunga melati, putih),(bunga matahari, orange),(bunga dahlia, ungu)}

Soal

Diketahui himpunan A = {Jakarta, Bangkok, Tokyo, Manila} dan himpunan B = {Indonesia, Jepang, Thailand, Filipina, Malaysia}. Relasi dari A ke B dapat dinyatakan dengan . . . .

Soal



Relasi dari A ke B adalah . . . .

Soal

Diketahui P = {2, 4, 6} dan Q = {2, 3, 4}. Himpunan pasangan berurutan dari P ke Q yang menyatakan "kelipatan dari" adalah . . . .

Fungsi atau Pemetaan

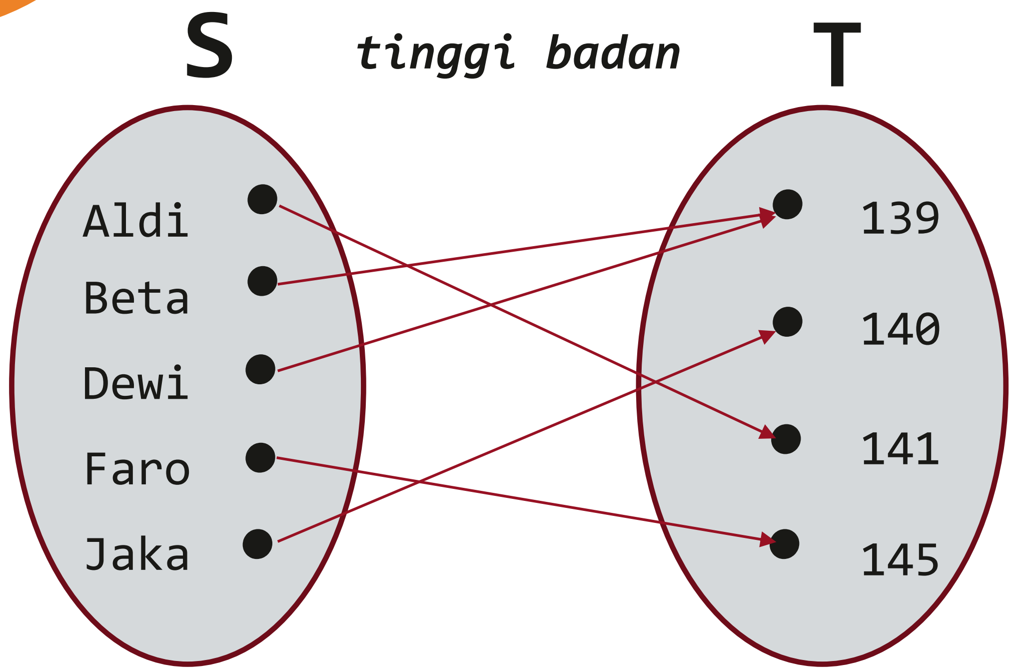
Apa itu fungsi?

Fungsi atau pemetaan merupakan relasi dari himpunan A ke himpunan B, jika setiap anggota himpunan A berpasangan tepat dengan himpunan B

Contoh Fungsi

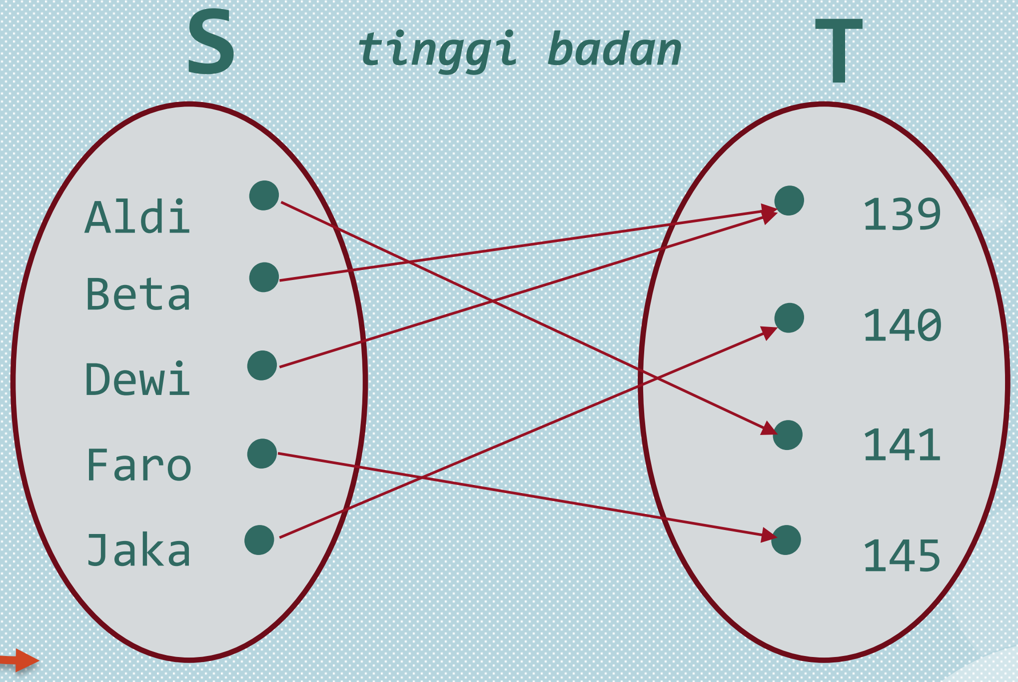
Misalnya :

- Himpunan orang dengan tanggal lahirnya
- Himpunan orang dengan ukuran sepatu
- Himpunan Negara dengan Ibukota Negara



1. Tidak ada siswa yang memiliki dua tinggi badan
2. Tidak ada siswa yang tidak memiliki tinggi badan
3. Setiap siswa hanya memiliki satu tinggi badan

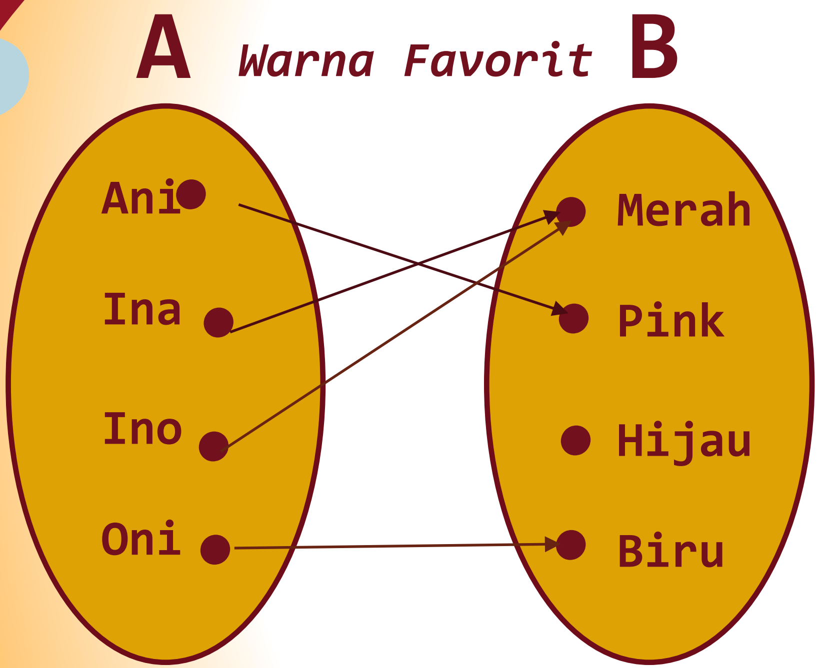
Perhatikan Diagram Panah Berikut !



Pada diagram tersebut terlihat bahwa pada relasi dari S ke T, setiap anggota S mempunyai kawan di T dan tidak ada anggota S yang mempunyai kawan lebih dari satu di T. Dengan kata lain, setiap anggota S mempunyai tepat satu kawan di T sehingga relasi tersebut merupakan fungsi.

Domain, Kodomain dan Range

Mengenal Domain, Kodomain dan Range



1. A = {Ani, Ina, Ino,Oni}

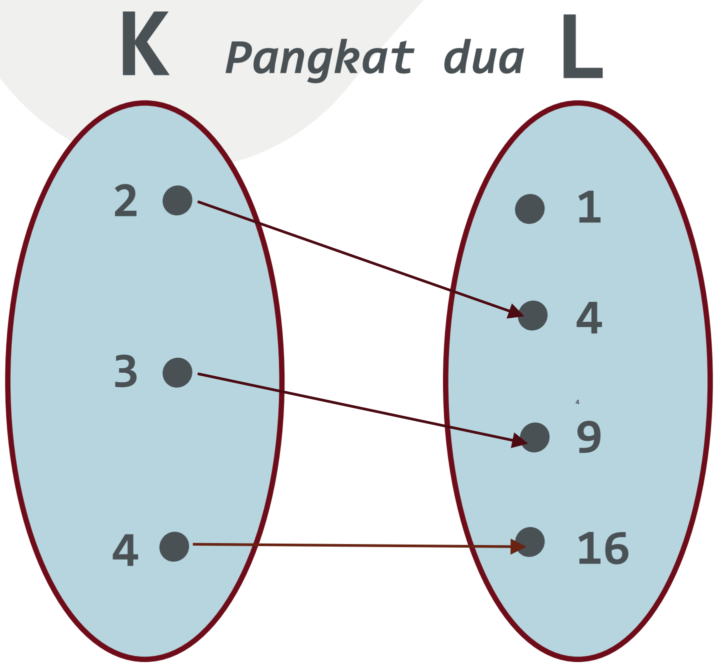
   A dinamakan **domain (daerah asal)**

2. B = {Merah, Pink, Hijau,Biru}

   B dinamakan **kodomain (daerah kawan)**

3. Himpunan {Merah, Pink, Biru} dinamakan **range (daerah hasil),** yaitu anggota-anggota himpunan B yang mempunyai kawanan di himpunan A

Mengenal Domain, Kodomain dan Range



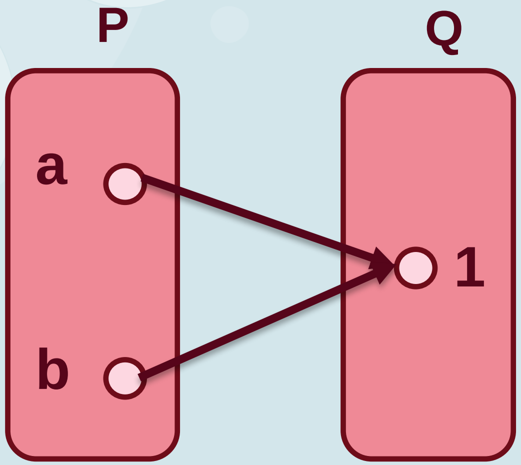
Domain fungsi tersebut adalah K = {2,3,4}

Kodomain fungsi tersebut adalah L = {1,4,9,16}

Range fungsi tersebut adalah {4,9,16}

Banyaknya Pemetaan Dua Himpunan

Perhatikan Diagram Berikut!

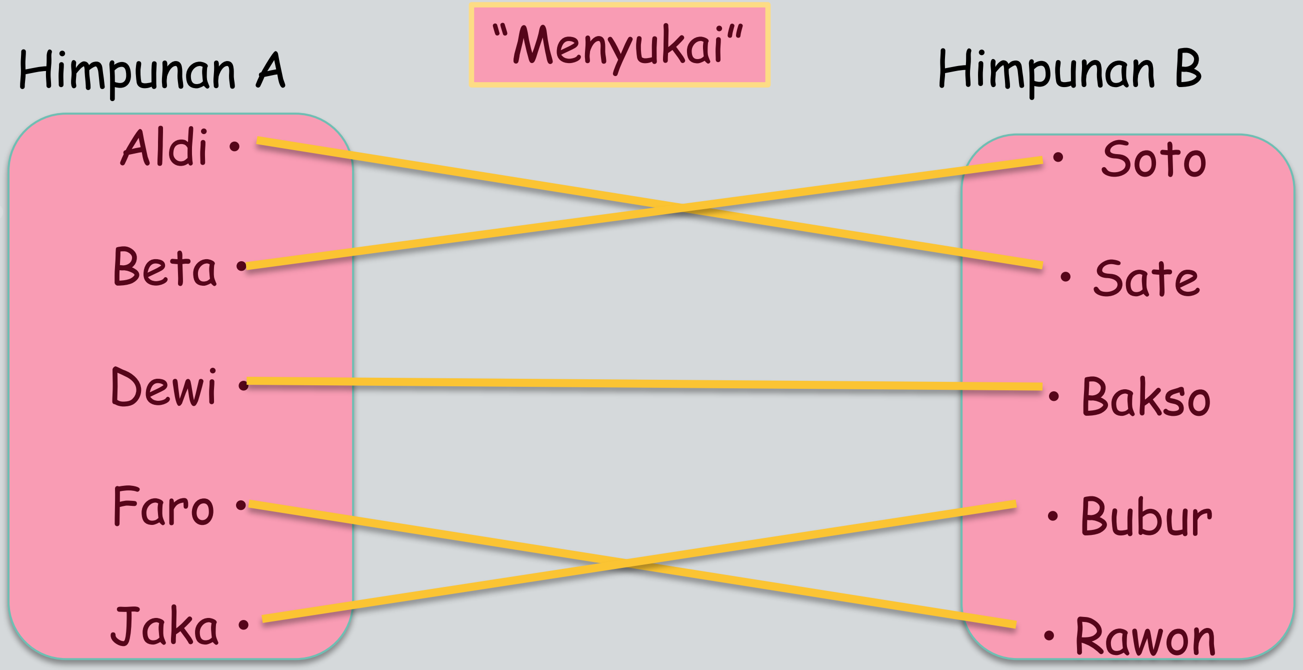


Jika banyaknya anggota himpunan P adalah n(P) dan banyaknya anggota himpunan Q adalan n(Q), maka

- Banyak pemetaan dari P ke Q adalah $\{n(Q)\}^{n(P)} = 1^2 = 2$
- Banyak pemetaan dari Q ke P adalah $\{n(P)\}^{n(Q)} = 2^1 = 2$

"

Korespondensi (perkawan) satu-satu



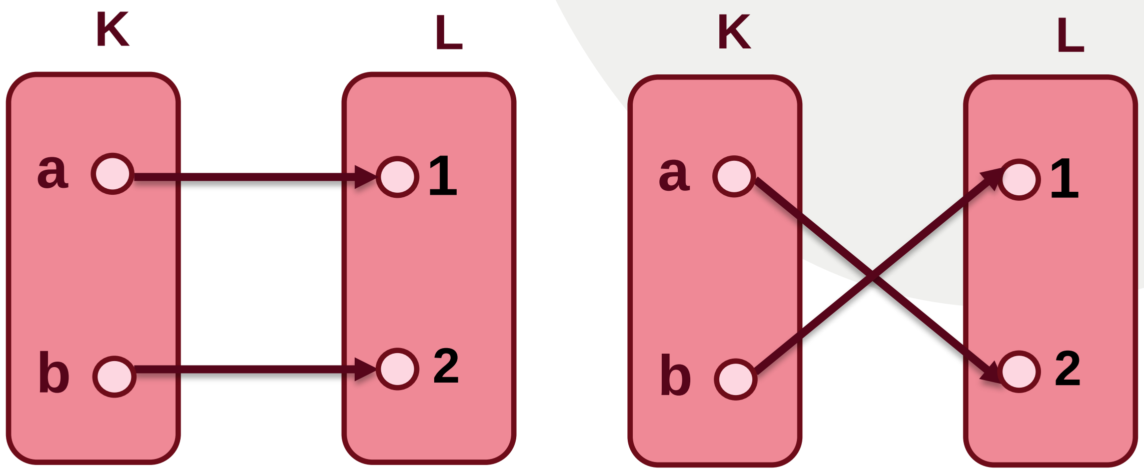
Korespondensi satu-satu adalah fungsi yang memetakan setiap anggota dari himpunan A ke tepat satu anggota B dan setiap anggota himpuan B ke tepat satu anggota A. ini berarti, banyak anggota himpunan A dan B harus sama atau $n(A) = n(B)$

Menghitung Banyaknya Korespondensi

Banyaknya korespondensi satu – satu antara himpunan A dan B adalah n x (n – 1) x (n – 2) x ... x 3 x 2 x 1

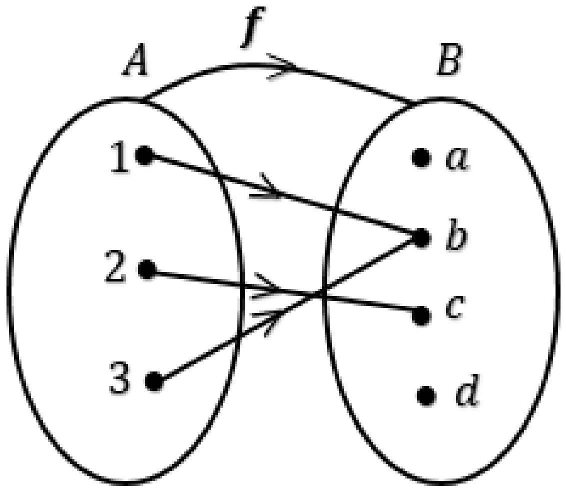
Misal diketahui, A = {a,b} dan B = {1,2}

Maka banyaknya korespondensi satu-satu antara himpunan A dan B adalah 2 x (2-1) = 2 x 1 = 2



CONTOH SOAL

1. Gambar dibawah menunjukkan pemetaan f : A → B. Domain dan range f masing-masing adalah . . . .



Jawab :

- Domain (daerah asal) : {1,2,3}
- Kodomain (daerah kawan): {a,b,c,d}
- Range (daerah hasil) : {b,c}

2. Diketahui A={a,b,c} dan B={1,2,3,4,5}. Banyak pemetaan yang mungkin dari A ke B adalah

Jawab :

- A = {a,b,c} n(A) = 3
- B = {1,2,3,4,5} n(B) = 5

Maka, kita peroleh n(A) = 3 dan n(B) = 5, sehingga banyak pemetaan yang mungkin dari A ke B adalah $n(B)^{n(A)} = 5^3 = 125$

3. Ada berapa korespondensi satu-satu yang dapat dibentuk dari himpunan
   - X = {himpunan bilangan cacah antara 0 dan 4}
   - Y = {himpunan nama hari yang diawali huruf S}

Jawab :

- Himpunan X = [1, 2, 3} → 3 anggota
- Himpunan Y = {senin, selasa, sabtu} → 3 anggota

Maka, korespondensi satu-satu yang dapat dibentuk ada 3! = 3 x 2 x 1 = 6

Relasi dan Fungsi

Grafik Fungsi

Menggambar Grafik fungsi

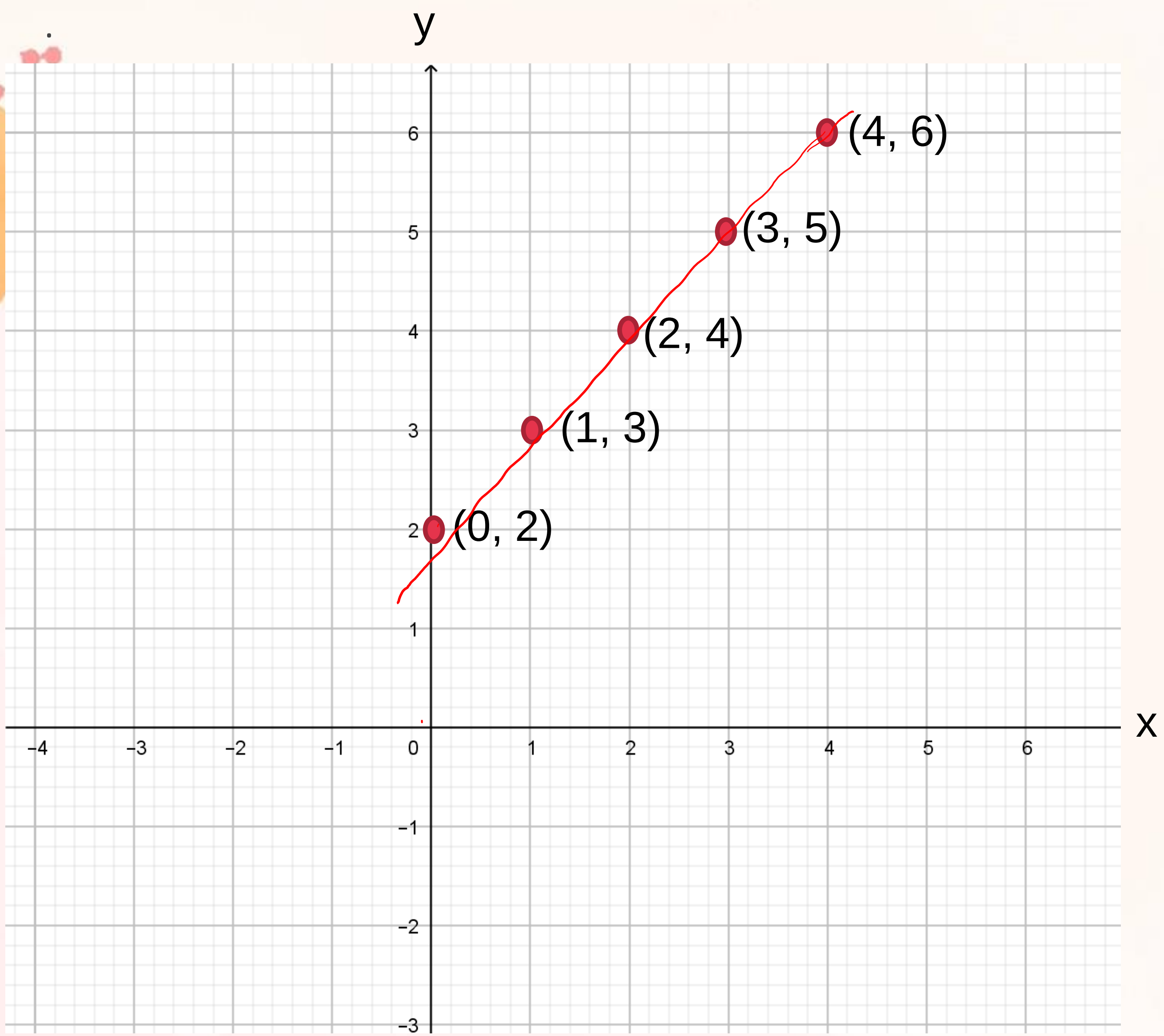
1. Untuk menggambar grafik fungsi $f: x \to x + 2$ dari himpunan {0, 1, 2, 3, 4} ke himpunan bilangan cacah, buatlah tabel pemetaan *f* dengan cara mencari nilai dari fungsi tersebut.

$f: x \to x + 2$
$x = 0 \to 0 + 2 = 2\ (0, 2)$
$x = 1 \to 1 + 2 = 3\ (1, 3)$
$x = 2 \to 2 + 2 = 4\ (2, 4)$
$x = 3 \to 3 + 2 = 5\ (3, 5)$
$x = 4 \to 4 + 2 = 6\ (4, 6)$

$(x, f(x))$
$(0, 2)$

x	0	1	2	3	4
$f(x)$	2	3	4	5	6
$(x, f(x))$	(0, 2)	(1, 3)	(2, 4)	(3, 5)	(4, 6)

Gambarlah grafik fungsi $f: x \to x + 2$ berdasarkan pasangan berurutan pada Tabel diatas.



3. Karena grafik tersebut berada pada himpunan bilangan cacah, maka grafik fungsi tersebut hanya berupa titik-titik (bukan berupa garis).

Contoh

Buatlah tabel unutk fungsi $f: x \to 2x - 1$ dari himpunan $\{x | -2 \leq x \leq 2, x \in R\}$ ke himpunan bilangan real R. kemudian, gambarkan grafiknya.

Jawab :

Tabel fungsi $f: x \to 2x - 1$

x	-2	-1	0	1	2
$f(x)$	-5	-3	-1	1	3
$(x, f(x))$	(-2, -5)	(-1, -3)	(0, -1)	(1, 1)	(2, 3)

$-2 \to 2$

$f: x = -2 = 2.(-2) - 1$

$= -4 - 1$

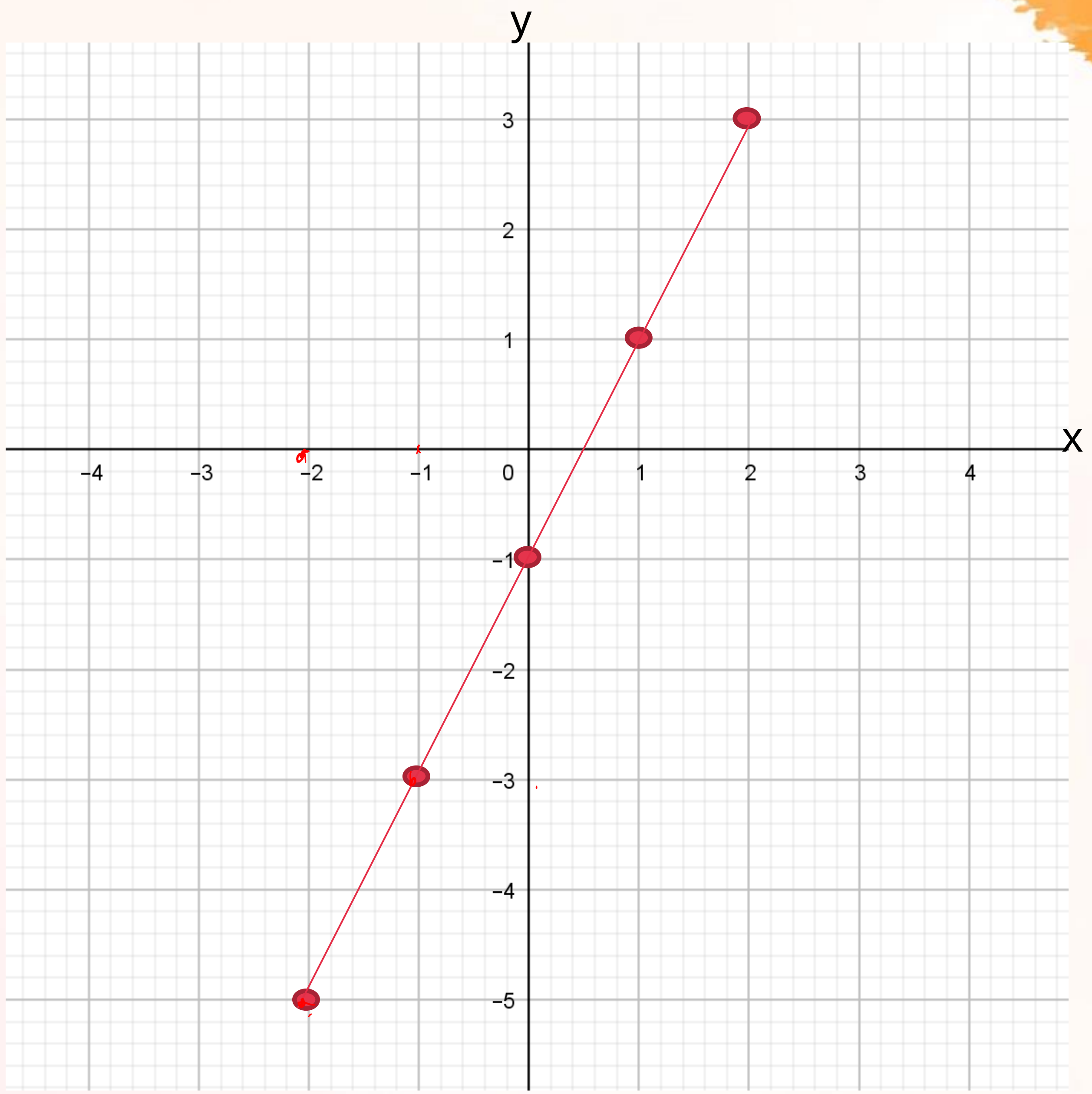
$= -5$

$x = -1 = 2(-1) - 1$

$= -2 - 1$

$= -3$

Grafik :

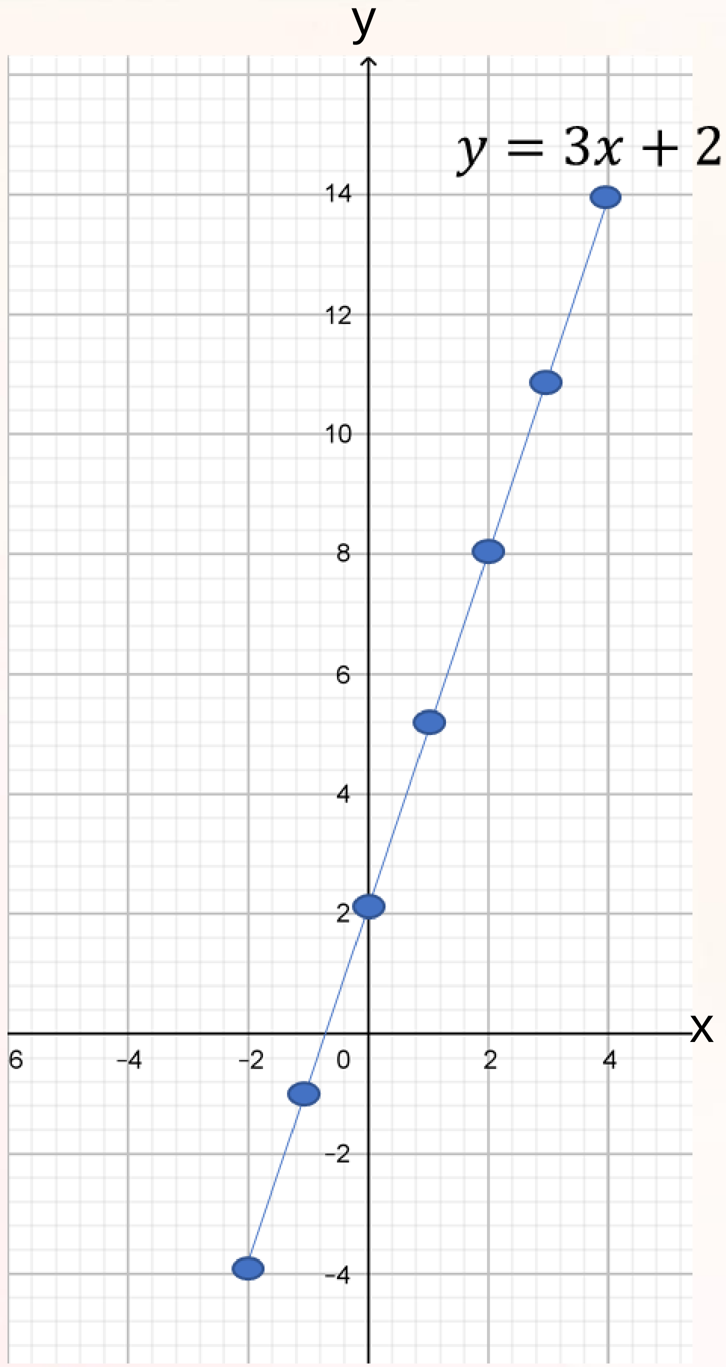


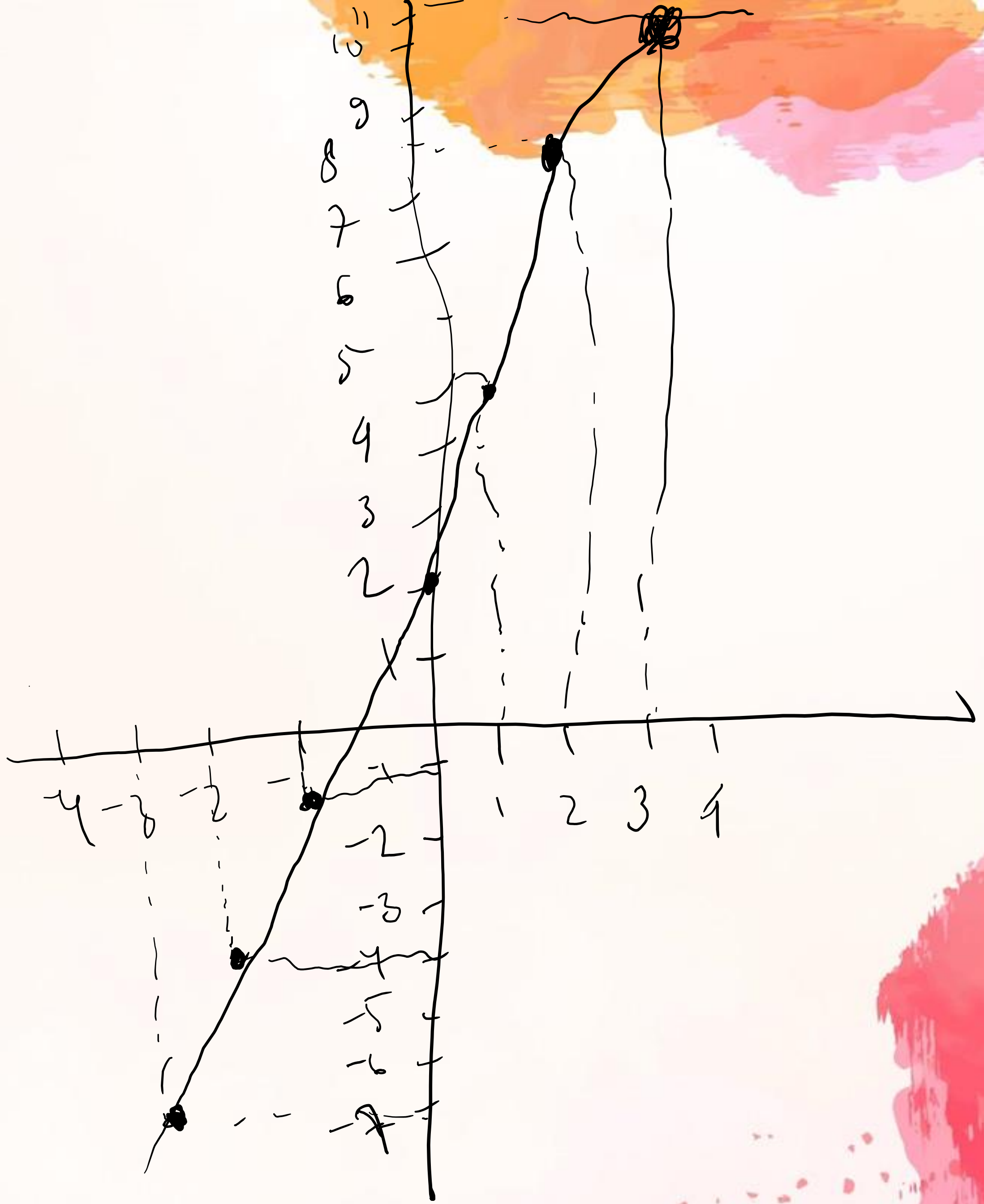
Mengenal Fungsi Linear dan Fungsi Kuadrat

Fungsi Linear :
Fungsi-fungsi yang berbentuk $f(x) = ax + b$ disebut fungsi linear. Fungsi linear adalah fungsi f pada himpunan bilangan real R yang ditentukan oleh $f(x) = ax + b$, dengan a, b bilangan real dan ...(gakeliatan)
Contoh :
Fungsi linear $f(x) = 3x + 2$ dengan daerah asal $\{x| -3 \leq x \leq 3, x \in R\}$. Tabel fungsinya adalah :

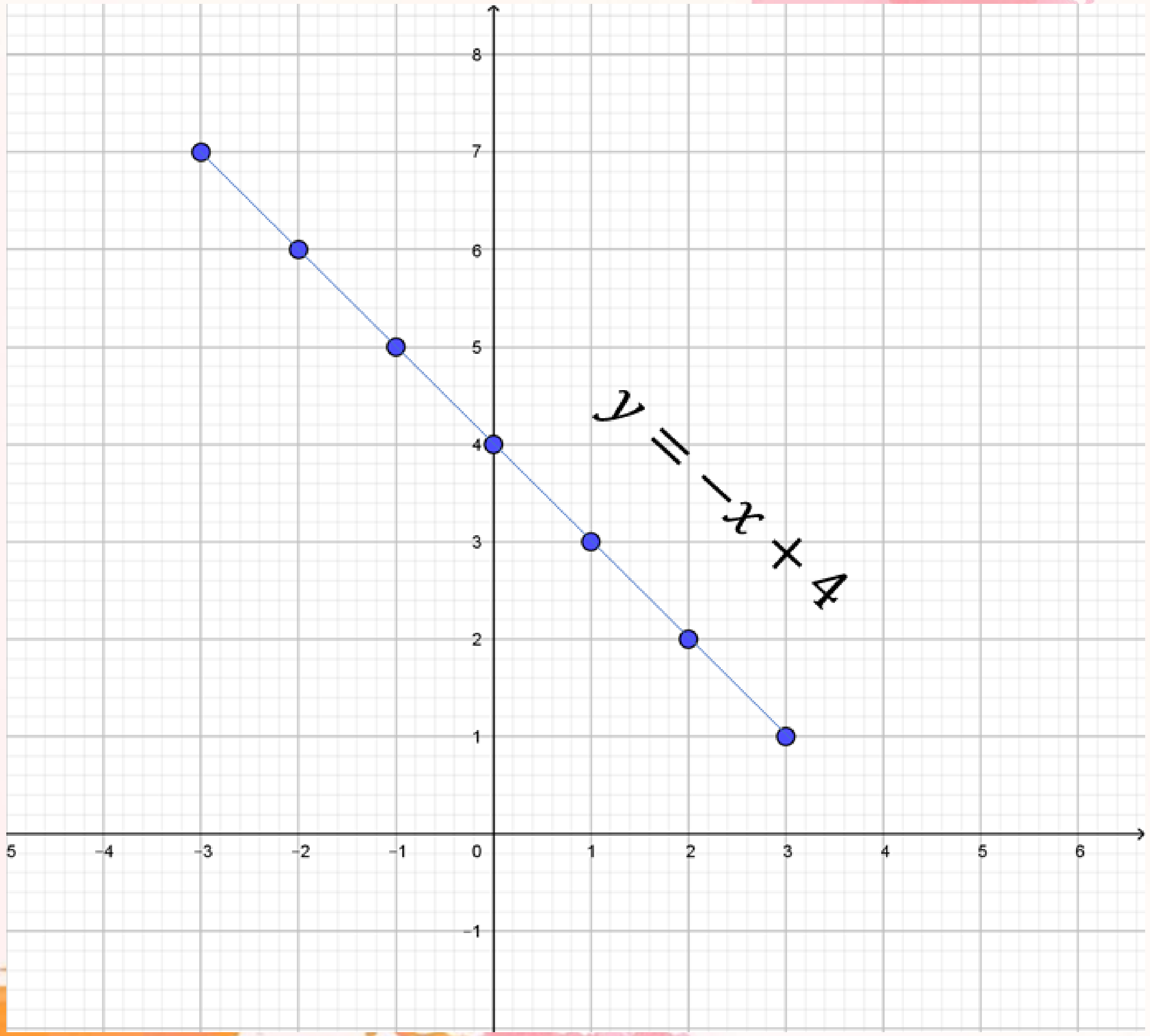
x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$f(x)$	-7	-4	-1	2	5	8	11
$(x, f(x))$	(-3, -7)	(-2, -4)	(-1, -1)	(0, 2)	(1, 5)	(2, 8)	(3, 11)

Grafik :





Fungsi linear $f(x) = -x + 4$ dengan daerah asal $\{x | -3 \leq x \leq 3, x \epsilon R\}$.



Jika variable x diganti dengan bilangan yang semakin besar, maka nilai $f(x)$ juga akan semakin besar. Sedangkan,fungsi $f(x) = ax + b$ dengan $a < 0$ memiliki grafik berupagaris lurus dengan nilai fungsi yang semakin kecil untuk nilai x yang semakin besar.

Latihan

1. Buatlah grafik fungsinya

$f(x) = 2x + 5$

daerah asal $\{x \mid -3 \leq x \leq 3, x \in R\}$

Fungsi kuadrat

Fungsi yang berbentuk $f(x) = ax^2 + bx + c$ disebut dengan *fungsi kuadrat*. Fungsi kuadrat adalah fungsi f pada himpunan bilangan real R yang ditentukan oleh $f(x) = ax^2 + bx + c$, dengan a, b, c bilangan real dan $a \neq 0$.

Fungsi $f(x) = ax^2 + bx + c$ dengan a > 0 memiliki grafik berupa parabola ke atas. Sedangkan

Fungsi $f(x) = ax^2 + bx + c$ dengan a < 0 memiliki grafik berupa parabola terbuka ke bawah.

$2x^2 + 3x + 5$

$a = 2$

$-x^2 + 2x - 3$

$a = -1$

Contoh

Grafik fungsi $y = f(x) = x^2 + 2x - 3$, dengan $\{x | -4 \leq x \leq 3, x \in R\}$ sebagai daerah asalnya.
Tabel :

$X = \{-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$

x	$f(x)$	$(x, f(x))$
-4	5	(-4, 5) ✓
-3	0	(-3, 0) ✓
-2	-3	(-2, -3) ✓
-1	-4	(-1,-4) ✓
0	-3	(0, -3) ✓
1	0	(1, 0) ✓
2	5	(2, 5) ✓

$f(x) = x^2 + 2x - 3$

$f(-4) = (-4)^2 + 2.(-4) - 3$
$= 16 + (-8) - 3$
$= 5$

$f(-3) = (-3)^2 + 2(-3) - 3$
$= 9 - 6 - 3 = 0$

$f(-2) = (-2)^2 + 2.(-2) - 3$
$= 4 - 4 - 3 = -3$

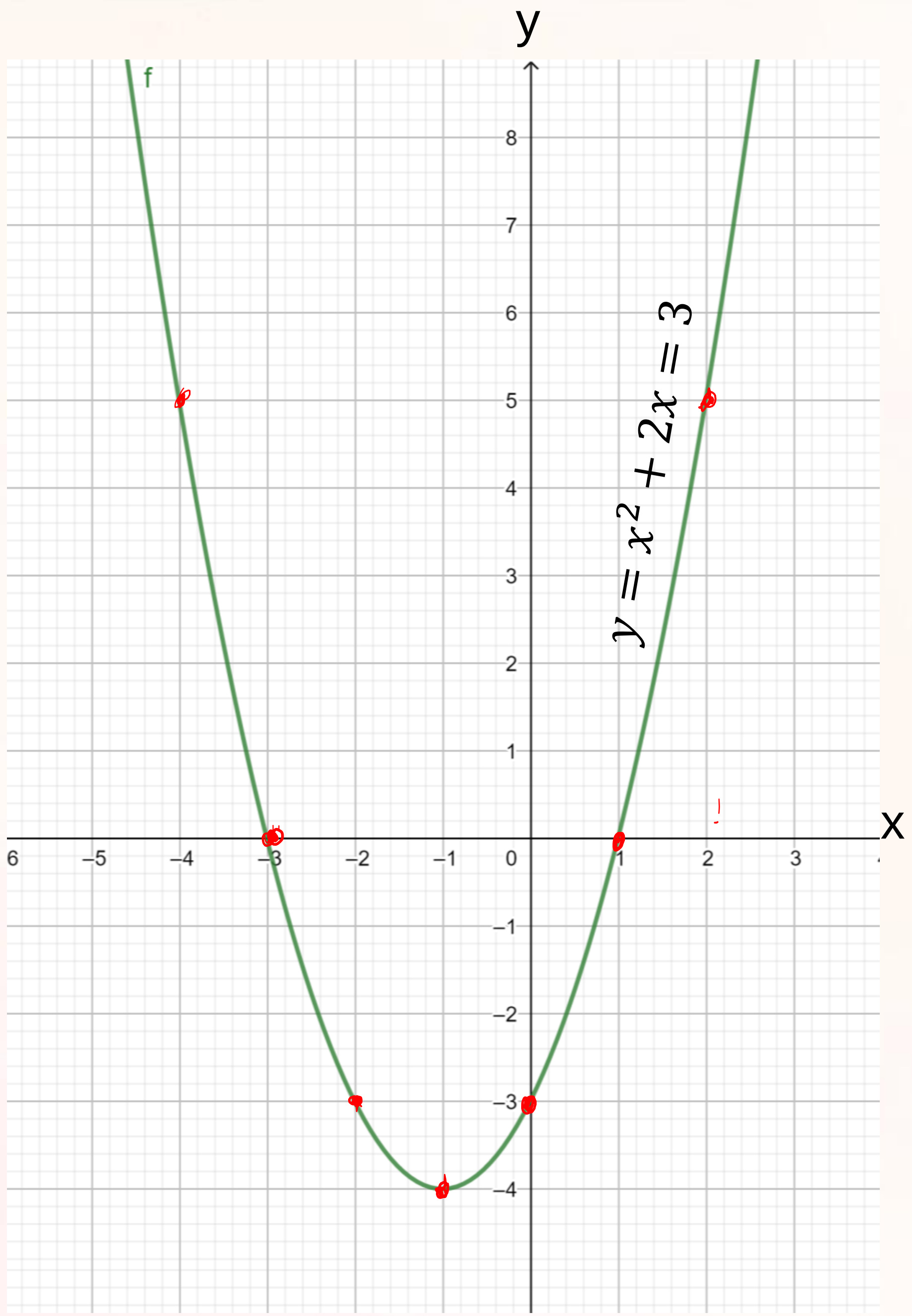
$f(-1) = (-1)^2 + 2(-1) - 3$
$= 1 - 2 - 3 = -4$

$f(0) = 0^2 + 2(0) - 3$
$= 0 + 0 - 3 = -3$

$f(1) = 1^2 + 2(1) - 3$
$= 1 + 2 - 3 = 0$

$f(2) = 2^2 + 2(2) - 3$
$= 4 + 4 - 3$
$= 5$

Grafik :



Grafik fungsi y $= f(x) = 11 + 4x - 2x^2$, dengan $\{x | -2 \le x \le 4, x \in R\}$ sebagai daerah asalnya.

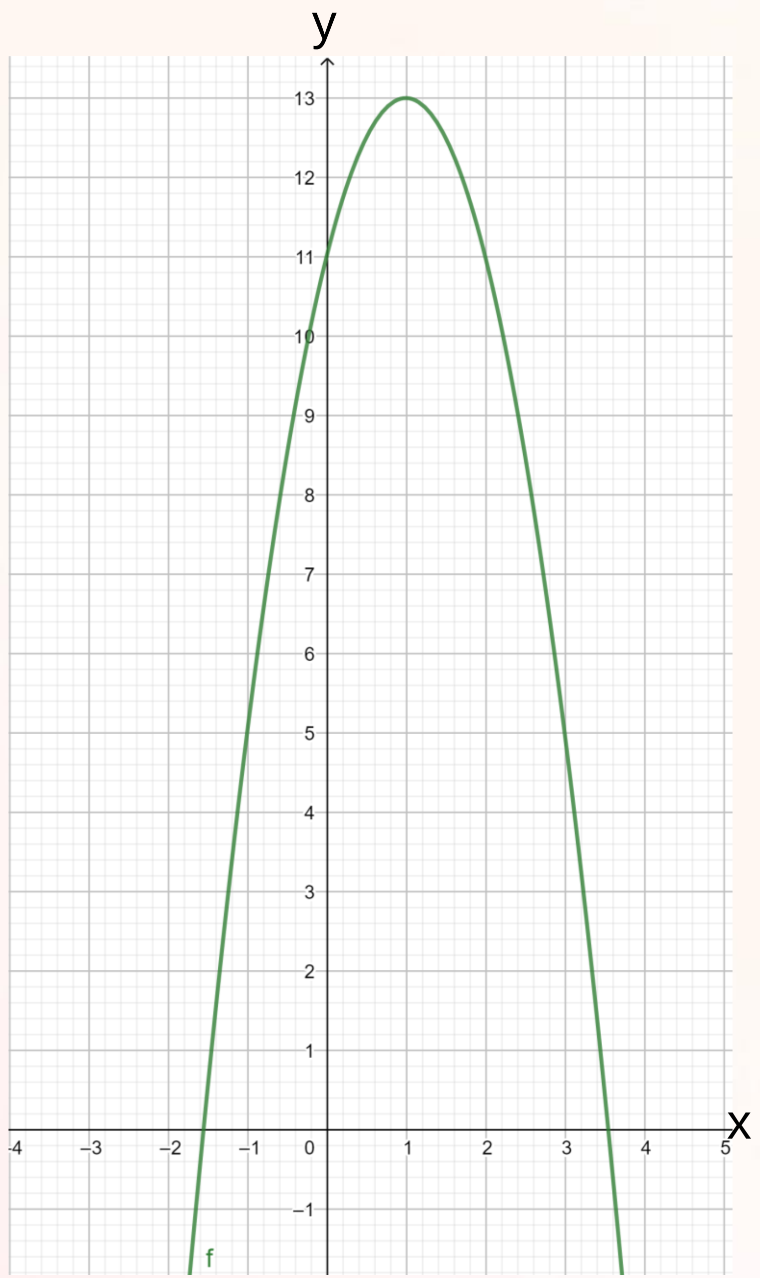
x	$f(x)$	$(x, f(x))$
-2	-5	(-2, -5) ✓
-1	5	(-1, 5) ✓
0	11	(0, 11) ✓
1	13	(1, 13) ✓
2	11	(2, 11) ✓
3	5	(3, 5) ✓
4	-5	(4, -5) ✓

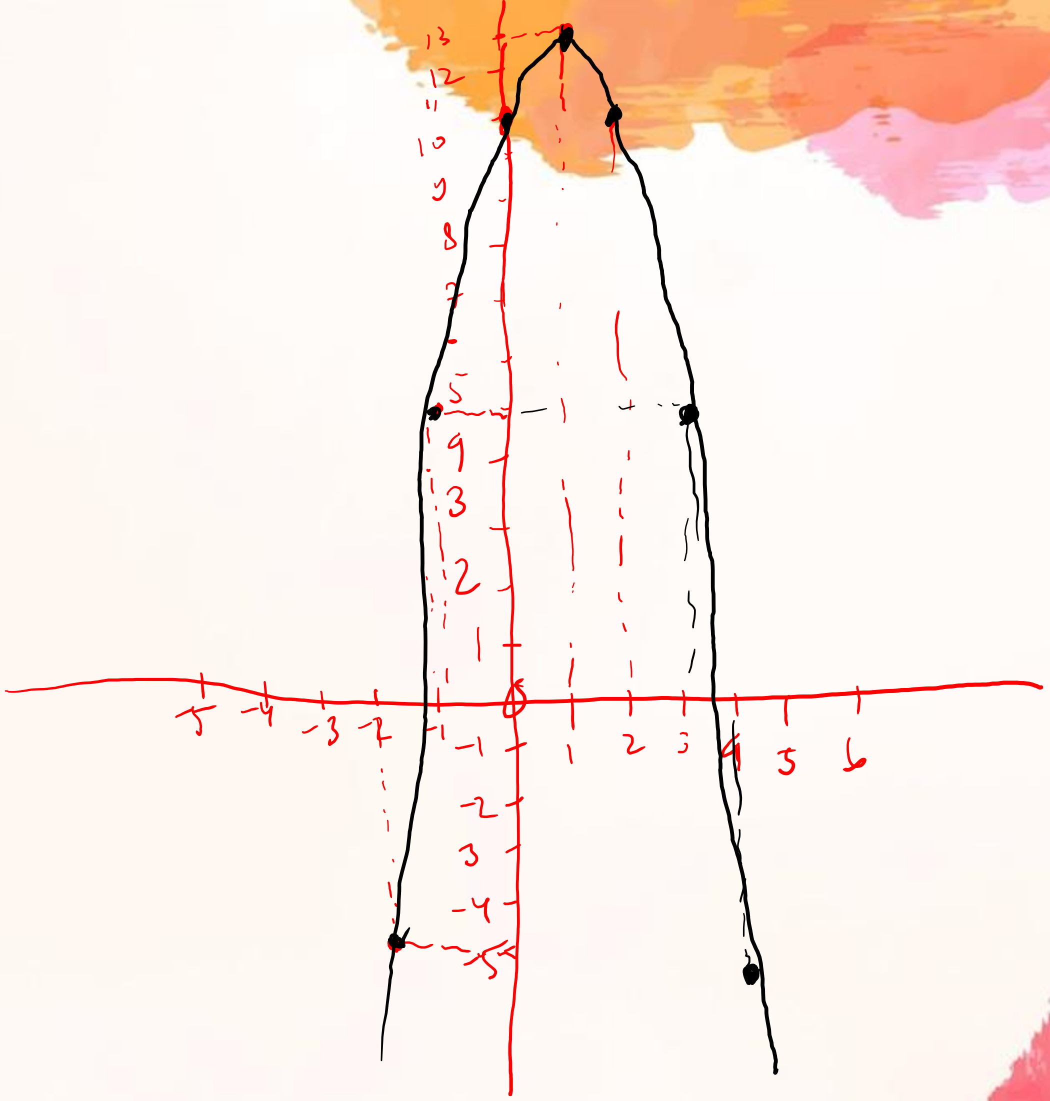
$f(x) = 11 + 4x - 2x^2$

$f(-2) = 11 + 4(-2) - 2(-2)^2$
$= 11 + (-8) - 2(4)$
$= 11 + (-8) - 8$
$= 11 - 16 = -5$

$f(-1) = 11 + 4(-1) - 2(-1)^2$
$= 11 + (-4) - 2$
$= 5$

Grafik :





Dari dua tabel fungsi di atas terlihat bahwa pada fungsi kuadrat, dua domain berbeda dapat memberikan sebuah range yang sama.

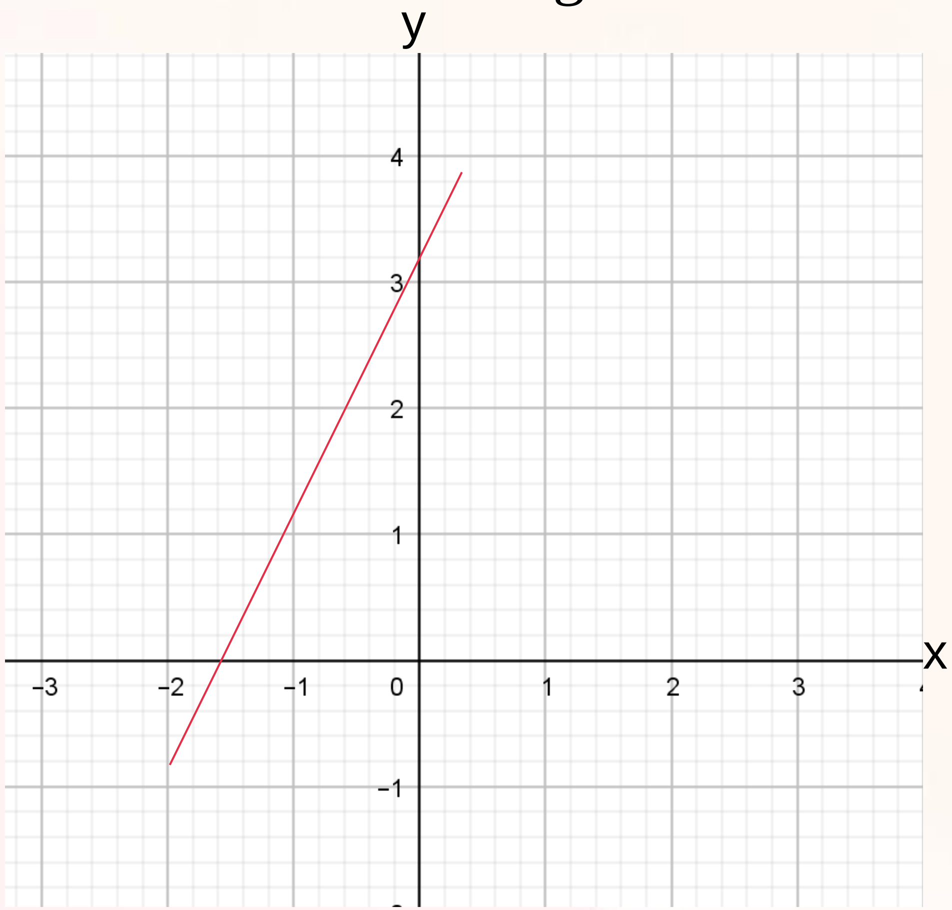
Menetukan Rumus Fungsi Melalui Grafik

Untuk menentukan rumus fungsi dari suatu grafik, jika grafik tersebut berupaka garis lurus maka fungsi dari grafik tersebut merupakan fungsi linear dan jika grafik tersebut berupa parabola maka fungsi dari grafik tersebut merupakan fungsi kuadrat.

.

Contoh

1. Tentukan rumus dari grafik di bawah ini…



Jawab :

Karena grafik tersebut berupa garis lurus, maka fungsi dari grafik tersebut merupakan fungsi linear dengan rumus $f(x) = ax + b$

Untuk $x = 0$ diperoleh$f(0) = 3$

Maka:

$f(0) = a(1) + b$

$3 = a(0) + b$

$3 = b$

$untuk\ x = -1{,}5\ diperoleh\ f(-1{,}5) = 0$

Maka:

$f(-1{,}5) = a(-1{,}5) + 3$

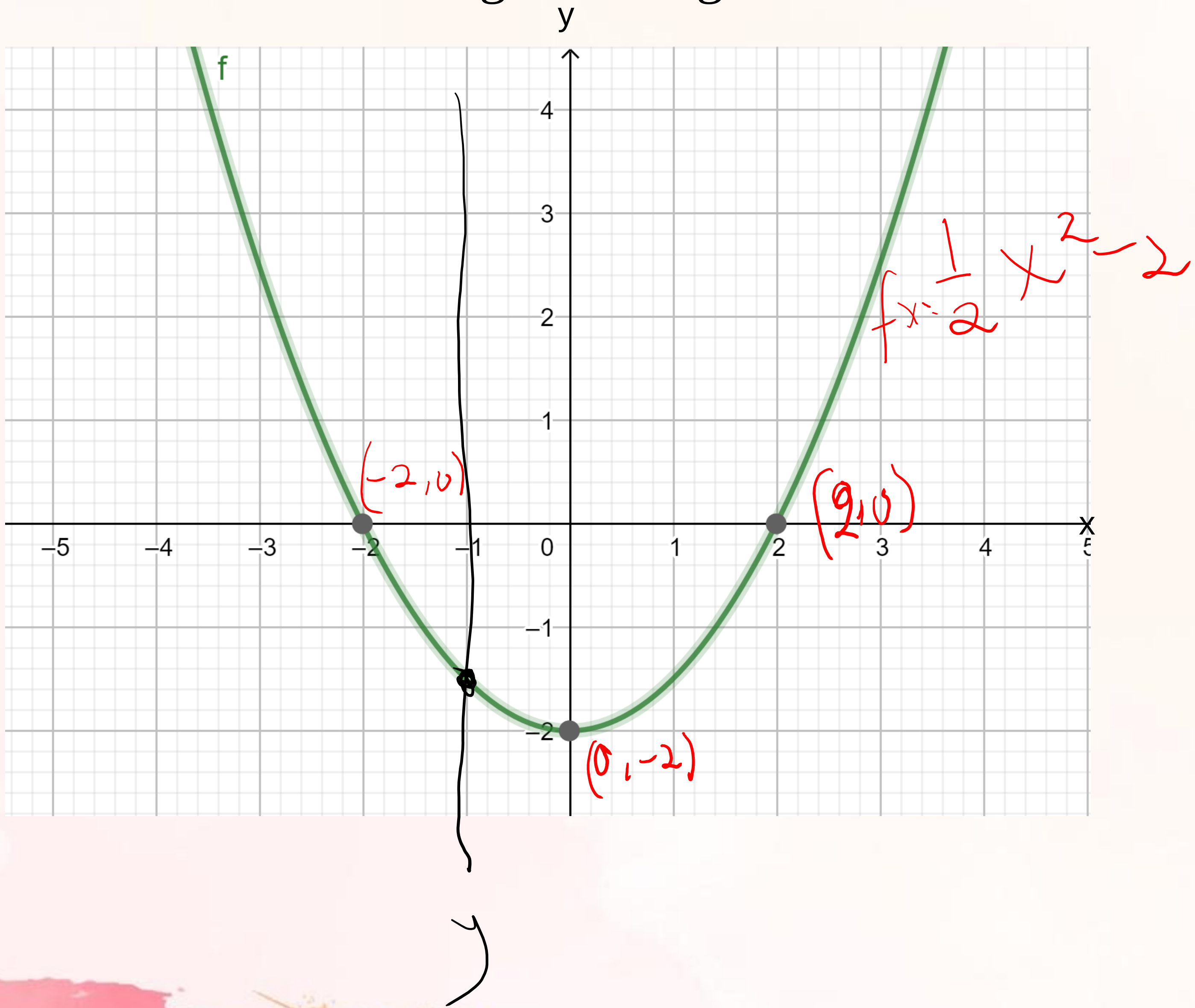
$0 = -1{,}5a + 3$

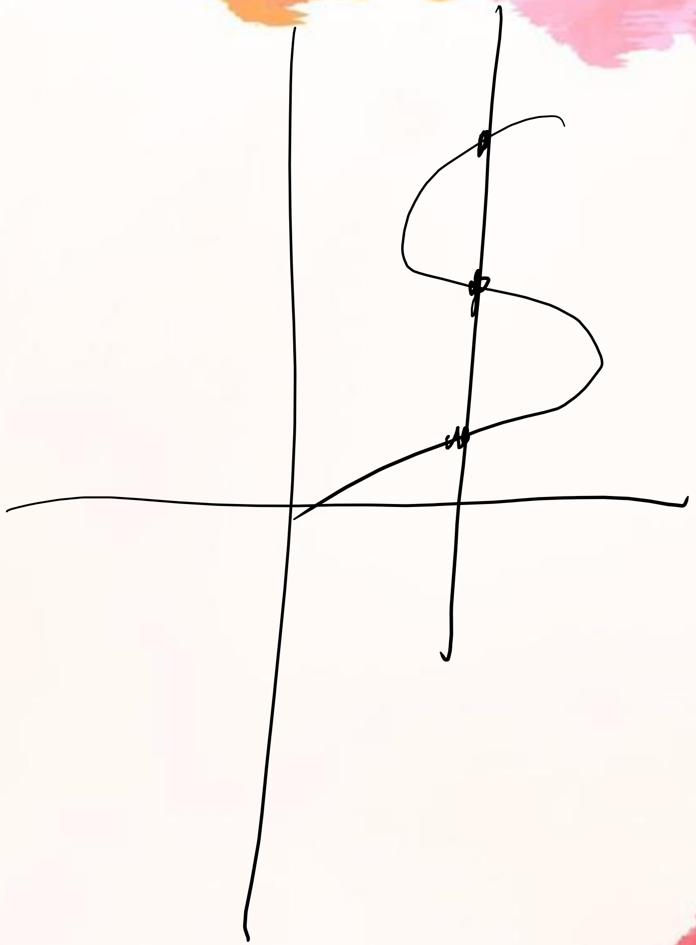
$-3 = -1{,}5a$

$a = 2$

Jadi rumus fungsi dari grafik tersebut $f(x) = 2x + 3$

2. Tentukan rumus dari grafik fungsi tersebut…





Jawab:
Karena grafik tersebut berupa parabola, maka fungsi dari grafik tersebut merupakan fungsi kuadrat dengan rumus $f(x) = ax^2 + bx + c$

Maka:

$f(x) \ = ax^2 + bx + c$

Untuk (0, -2) → $(x, f(x))$

-2 $= (a0^2) + b(0) + c$

$\boxed{-2 = c}$

Untuk (-2,0) $x = -2$ $f(x) = 0$

0 = $(a(-2)^2) + b(-2) + c$

0 = $4a - 2b + c$ ... (i)

Untuk (2, 0) $x = 2$ $f(x) = 0$

0 = $(a(2)^2) + b(2) + c$

0 = 4a + $2b + c$ ... (ii)

Eliminasikan persamaan i dengan ii

$\cancel{4a} - 2b + \cancel{c} = 0$

$\cancel{4a} + 2b + \cancel{c} = 0$ -

$-4b = 0$

$\boxed{b = 0}$

$-4b = 0$

$b = \frac{0}{-4} = 0$

Subsitusikan b dan c ke persamaan ii

0 = 4a + $2b + c$

0 = $4a + 2(0) - 2$

0 = 4a − 2

2 = 4a

$\boxed{a = \frac{1}{2}}$

$2 = 4a$

$\frac{2}{4} = a$

$\frac{1}{2} = a$

Jadi rumus fungsi dari grafik tersebut

$$f(x) = \frac{1}{2}x - 2$$

$f(x) = ax^2 + bx + c$

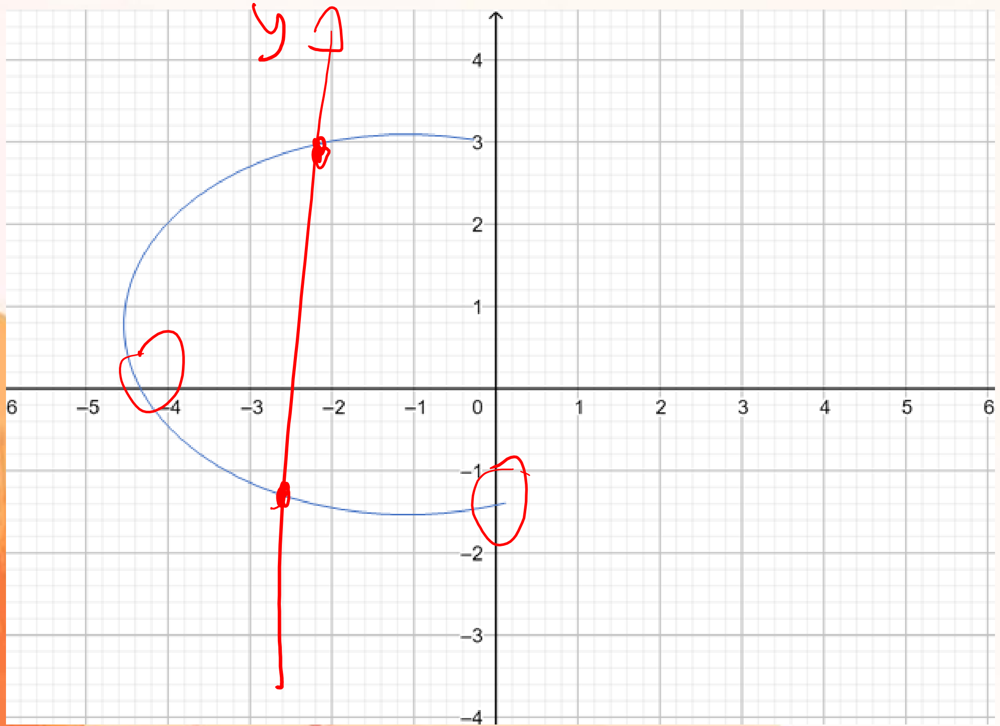
$f(x) = \frac{1}{2}x^2 + \cancel{0x} + (-2)$

$f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 2$ //

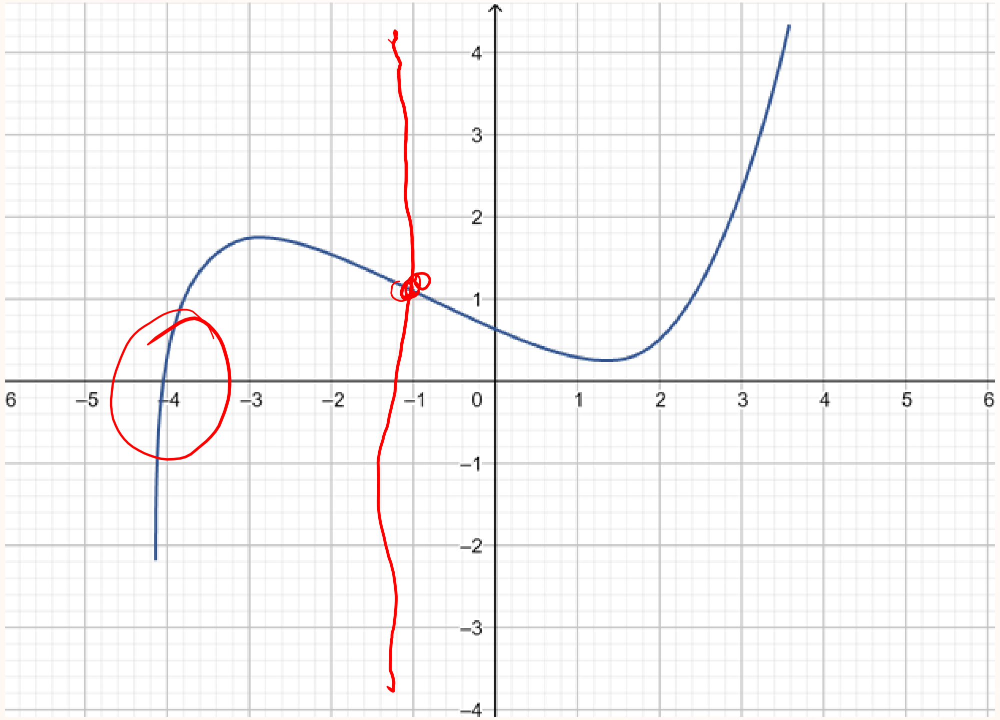
Menentukan Fungsi atau Bukan Fungsi dari Sebuah Grafik

Untuk menentukan sebuah grafik merupakan fungsi atau bukan adalah dengan memotong grafik menggunakan garis vertikal yang sejajar dengan sumbu y. apabila garis tersebut memotong grafik dilebih dari satu nilai y, maka grafik tersebut bukan fungsi.

Contoh :



Bukan grafik fungsi, karena ada garis yang memotong grafik di lebih dari satu tempat.



Grafik fungsi, karena tidak ada garis yang memotong grafik di lebih dari satu tempat.

Terimakasih

Thanks!

PERSAMAAN KUADRAT

Venni Herli Sundi, M.Pd

DEFINISI DAN BENTUK UMUM / DEFINITION AND GENERAL FORM

1. Definisi and Bentuk Umum *(Definition and General Form)*
2. Bagian-bagian dari Bentuk Umum *(The Parts of General Form)*
3. Akar *(Root)*

Pengertian dan Bentuk Umum *(Definition & General Form)*

Quadratic Equation is an equation whose highest variabel exponent is two.

Persamaan Kuadrat adalah persamaaan dengan pangkat tertinggi variabelnya adalah dua.

The General Form of quadratic equation with x variable as follow

Bentuk umum Persamaan Kuadrat dengan variabel x sebagai berikut

$$ax^2 + bx + c = 0$$

Dengan a, b, dan c bilangan real, serta a ≠ 0

Bagian-bagian dalam Bentuk Umum *(Parts of General Form)*

$$\boxed{ax^2 + bx + c} = 0$$

$\downarrow$

RUAS KIRI

Bagian-bagian dalam Bentuk Umum (Parts of General Form)

$$ax^2 + bx + c = \boxed{0}$$

RUAS KANAN

Bagian-bagian dalam Bentuk Umum (Parts of General Form)

$$ax^2 + bx + c = 0$$

SUKU

Bagian-bagian dalam Bentuk Umum *(Parts of General Form)*

$$\boxed{a}x^2 + \boxed{b}x + c = 0$$

KOEFISIEN

Home << < > >> End

Bagian-bagian dalam Bentuk Umum *(Parts of General Form)*

$$ax^2 + bx + c = 0$$

VARIABEL

Bagian-bagian dalam Bentuk Umum *(Parts of General Form)*

$$ax^2 + bx + c = 0$$

PANGKAT VARIABEL

Home << < > >> End

Bagian-bagian dalam Bentuk Umum *(Parts of General Form)*

$$ax^2 + bx + \boxed{c} = 0$$

KONSTANTA

Home << < > >> End

Bentuk-bentuk lain *(The other forms)*

$$ax^2 + bx + c = 0$$

If a, b, and c are rational numbers, then the equation above is called

Jika a, b, dan c adalah bilangan rasional maka persamaaan di atas disebut

Persamaan kuadrat rasional

(rasional quadratic equation)

Example / Contoh

$$5x^2 + 2x - 6 = 0$$

Bentuk-bentuk lain *(The other forms)*

$$ax^2 + bx + c = 0$$

If a=1, the equation below is obtained

Jika a = 1, didapat persamaan di bawah ini:

$$x^2 + bx + c = 0$$

This equation called

Persamaan ini dinamakan:

Persamaan kuadrat biasa

(common quadratic equation)

Example / Contoh

$$x^2 + 8x + 5 = 0$$

Bentuk-bentuk lain *(The other forms)*

$$ax^2 + bx + c = 0$$

If b=0, the equation below is obtained

Jika b=0, didapat persamaan di bawah ini:

$$ax^2 + c = 0$$

This equation called

Persamaan ini dinamakan:

Persamaan kuadrat sempurna

(perfect quadratic equation)

Example / Contoh

$$x^2 + 9 = 0$$

Bentuk-bentuk lain *(The other forms)*

$$ax^2 + bx + c = 0$$

If c=0, the equation below is obtained

Jika c=0, didapat persamaan di bawah ini:

$$ax^2 + bx = 0$$

This equation called

Persamaan ini dinamakan:

Persamaan kuadrat tak sempurna

(imperfect quadratic equation)

Example / Contoh

$$2x^2 + 7x = 0$$

Bentuk-bentuk lain *(The other forms)*

Example / Contoh

Determine the value of a, b, and c from the equation given below

Tentukan nilai a, b, dan c dari persamaan yang diberikan di bawah ini:

$$5x^2 + 7x - 21 = -27$$

$ax^2 + bx + c = 0$

$5x^2 + 7x - 21 = -27$

Penyelesaian:

Change the equation to general form

Ubah persamaan ke dalam bentuk umum

$$5x^2 + 7x - 21 = -27$$
$$5x^2 + 7x - 21 + 27 = -27 + 27$$
$$5x^2 + 7x + 6 = 0$$

Obtained / didapat

$5x^2 + 7x - 21 + 27 = 0$

a = 5

$5x^2 + 7x + 6 = 0$

b = 7

c = 6

$a = 5$

$b = 7$

$c = 6$

Home << < > >> End

Bentuk-bentuk lain *(The other forms)*

$5(x^2+2) = 2x(3x+1)$

$5x^2+10 = 6x^2+2x$

$5x^2-6x^2-2x+10=0$

$-x^2-2x+10=0$

$a=-1$ $c=10$

$b=-2$

Exercise / Latihan

Determine the value of a, b, and c from the equation given below

Tentukan nilai a, b, dan c dari persamaan yang diberikan di bawah ini:

$$4x^2 = 7x$$

$$-6x^2+10 = 7x+6$$

$$2x(3x+5) = 4$$

$$5(x^2+2) = 2x(3x+1)$$

4x^2 = 7x
4x^2-7x = 0
a=4
b=7
C=0

-6x^2 + 10 = 7x +6
-6x^2 – 7x +10-6 = 0
-6x^2 -7x + 4 = 0
A=-6
B=-7
C=4

5(x^2+2) = 2x(3x+1)
5x^2 + 10= 6x^2 + 2x
5x^2-6x^2 – 2x + 10 = 0
-x^2 – 2x +10 =0
A= -1
B= -2
C=10

Definisi Akar (definition of root)

The most basic matter we ought to comprehend in the quadratic equation is definition of **roots**

Hal yang paling mendasar yang perlu kita pahami dalam persamaan kuadrat adalah **Akar-akar**

Roots or solutions are all value of x which obey the quadratic equation

Akar-akar atau Penyelesaian adalah semua nilai x yang memenuhi persamaan kuadrat

Memenuhi artinya jika nilai x disubstitusikan maka nilai *ruas kiri = ruas kanan*

Definisi Akar (definition of root)

Example / Contoh

Determine whether value of x given is root of the equation or not

Tentukan apakah nilai x yang diberikan merupakan akar persamaannya atau bukan

$$x^2 + 3x - 10 = 0, \text{ dengan } x = 2$$

Penyelesaian:

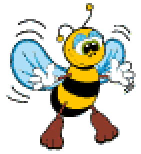
$$\begin{aligned} x^2 + 3x - 10 &= 0 \\ 2^2 + 3.2 - 10 &= 0 \\ 4 + 6 - 10 &= 0 \\ 0 &= 0 \end{aligned}$$

Karena ruas kiri sama dengan ruas kanan maka x=2 adalah akar (penyelesaian) dari persamaan kuadrat $x^2 + 3x - 10 = 0$

Exercise / Latihan

Determine whether value of x given is root of the equation or not

Tentukan apakah nilai x yang diberikan merupakan akar persamaannya atau bukan



$$2x^2+4x-30=0, \text{dengan x}=3$$

$$x^2+6x-8=0, \text{dengan x}=7$$

TUGAS YAH...

Kesimpulan *Summary*

- Bentuk umum persamaan kuadrat $ax^2 + bx + c = 0$
- Pada bentuk umum persamaan kuadrat $ax^2 + bx + c = 0$, nilai $a \neq 0$
  Karena jika a = 0 maka yang didapat adalah persamaan linier/garis
- Sesuai dengan nilai a, b, dan c pada $ax^2 + bx + c = 0$, maka Persamaan Kuadarat dibagi menjadi 4 bentuk, yaitu:
  -PK Rasional (jika a, b, dan c rasional)
  -PK sempurna (jika hanya b = 0)
  -PK tak sempurna (jika hanya c = 0)
  -PK biasa (jika a = 1)
- Akar atau selesaian adalah nilai variabel yang memenuhi persamaan kuadrat
  Sehingga ruas kiri dan ruas kanan persaaman kuadrat tersebut sama.

SOLVING QUADRATIC EQUATIONS

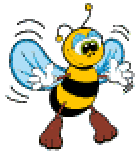
MENYELESAIKAN PERSAMAAN KUADRAT

Menyelesaikan Pers. Kuadrat (Solving Quadratic Equation)

Exercise / Latihan

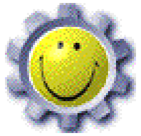
By trying, determine one root from equation below

Dengan cara mencoba-coba, tentukan akar-akar persamaan di bawah ini



$$2x^2 + 9x = 0$$

$$x^2 - 4 = 0$$



$$x^2 + 9 = 0$$

MENYELESAIKAN PERSAMAAN KUADRAT / SOLVING QUADRATIC EQUATION

There are three methods to solving quadratic equation

Terdapat tiga cara untuk menyelesaikan persamaan kuadrat

1. Faktorisasi *(Factorizing)*
2. Melengkapkan Kuadrat Sempurna *(Completing the Square)*
3. Rumus Kuadrat / abc *(Quadratic / abc Formula)*

FAKTORISASI

Before we solve the equation with factorizing method, we prior consider the multiplication below

Sebelum kita menyelesaikan persamaan kuadrat dengan cara faktorisasi, terlebih dahulu perhatikan perkalian berikut

$$a \cdot b = 0$$

Dari perkalian tersebut, syarat yang harus dipenuhi adalah
a = 0 atau **b = 0**

1. Persamaan Kuadrat Sempurna

2. Persamaan Kuadrat tak Sempurna

3. Persamaan Kuadrat dengan 3 Suku

Faktorisasi

Untuk Persamaan Kuadrat Sempurna

$$ax^2 - c = 0$$

Dengan a > 0, dan c ≥ 0

The method to factorize it by using formula

Metode faktorisasi yang digunakan seperti rumus berikut:

$$ax^2 - c = 0$$

$$\Leftrightarrow \left(\sqrt{a}.x\right)^2 - \left(\sqrt{c}\right)^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow \left(\sqrt{a}.x - \sqrt{c}\right)\left(\sqrt{a}.x + \sqrt{c}\right) = 0$$

$$\Leftrightarrow \left(\sqrt{a}.x - \sqrt{c}\right) = 0 \text{ atau } \left(\sqrt{a}.x + \sqrt{c}\right) = 0$$

$$\Leftrightarrow x_1 = \frac{\sqrt{c}}{\sqrt{a}} \text{ atau } x_2 = -\frac{\sqrt{c}}{\sqrt{a}}$$

INGAT !!!

Jika tanda dari a sama dengan tanda c maka persamaan tersebut tidak memiliki akar real

Sehingga HP = { }

AKARNYA SAMA,
TAPI BERLAWANAN

Faktorisasi

Untuk Persamaan Kuadrat Sempurna

Example / Contoh:

Calculate the solution of the following equation

Tentukan penyelesaian persamaan berikut:

$$4x^2 - 9 = 0$$

Penyelesaian/Solution:
$$4x^2 - 9 = 0$$
$$\Leftrightarrow (2x)^2 - (3)^2 = 0$$
$$\Leftrightarrow (2x-3).(2x+3) = 0$$
$$\Leftrightarrow 2x - 3 = 0 \text{ atau } 2x + 3 = 0$$
$$\Leftrightarrow x = \frac{3}{2} \text{ atau } x = -\frac{3}{2}$$

Jadi, Penyelesaiannya adalah $x = \frac{3}{2}$ atau $x = -\frac{3}{2}$

Atau HP = $\left\{\frac{3}{2}, -\frac{3}{2}\right\}$

2x-3 =0
2x= 3
X = 3/2

2x+3 =0
2x=-3
X = -3/2

4x^2 -9 = 0
4 (3/2)^2 – 9 = 0
4. (9/4) – 9 =0
36/4 – 9 = 0
9 – 9 = 0
0 = 0

Home << < > >> End

Faktorisasi

Untuk Persamaan Kuadrat Sempurna

Exercise / Latihan:

Calculate the solution of the following equation

Tentukan penyelesaian persamaan berikut:

$$9x^2 - 4 = 0$$

$$x^2 - 100 = 0$$

$$9x^2 - 25 = 0$$

$$x^2 + 4 = 0$$

TUGAS YAH

9x^2 – 4 = 0
(3x)^2 – (2)^2 = 0
(3x-2) (3x+2) = 0
Pers 1=
3x-2 = 0
3x = 2
X = 2/3

Pers 2
3x+2 = 0
3x = -2
X = -2/3

HP = 2/3 atau -2/3

Pembuktian :
9x^2 – 4 = 0
9 (2/3)^2 – 4 = 0
9. (4/9) - 4 = 0
36/9 – 4 = 0
4 – 4 = 0
0 = 0

PERSAMAAN KUADRAT

Quadratic Equations

Matematika

Venni Herli Sundi

DISCRIMINANT OF QUADRATIC EQUATIONS

DISKRIMINAN PERSAMAAN KUADRAT

Diskriminan

Perhatikan rumus abc, nilai $b^2 – 4ac$ yang berada di bawah tanda akar akan sangat mempengaruhi akar persamaan kuadrat yang dicari.

Sehingga nilai b^2-4ac merupakan nilai yang dapat digunakana untuk membedakan (mendiskriminasikan) akar-akar persamaan kuadrat.

Diskriminan (D) persamaan kuadrat $ax^2+ bx+c=0$ adalah:

$$D = b^2 - 4ac$$

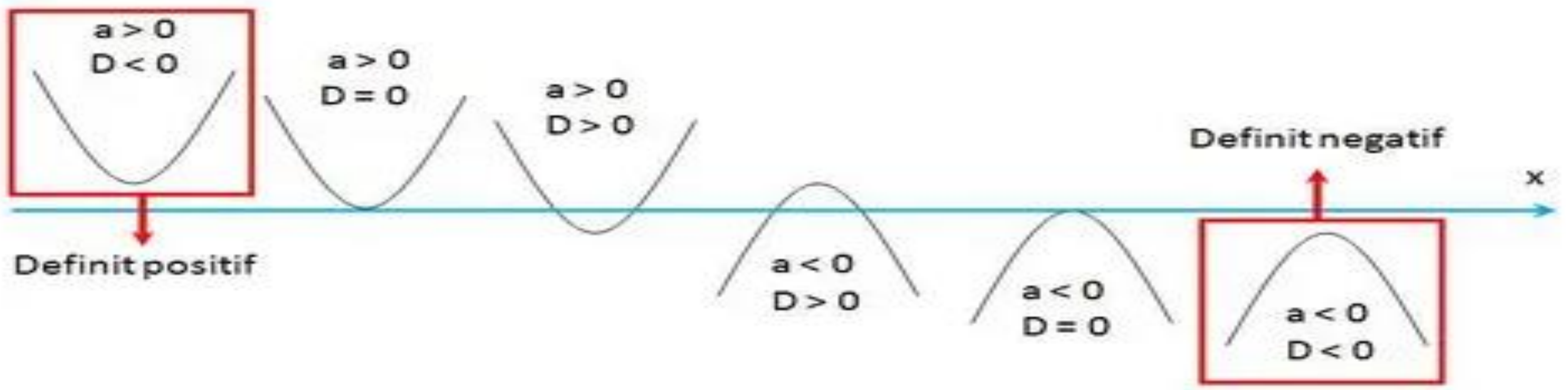
Diskriminan

If D > 0, then the quadratic equation has two different real roots
Jika D > 0:
Maka Persamaan Kuadrat tersebut memiliki 2 akar real berbeda
(x1 tidak sama dengan x2)

If D = 0, then the quadratic equation has two similar real roots (twin roots)
Jika D = 0:
Maka Persamaan Kuadrat tersebut memiliki 2 kembar
(x1 = x2)

If D < 0, then the quadratic equation has imaginary roots (unreal roots)

Jika D < 0:
Maka Persamaan Kuadrat tersebut memiliki 2 akar imaginer (tidak real)



For Imaginary root case
Pada kasus akar imaginer

Change / Ubahlah

$\sqrt{-t}$ *to* / menjadi $\sqrt{t.(-1)}$

$$\Leftrightarrow \sqrt{t}.\sqrt{-1}$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{t}.i$$

Example / Contoh:

$$\sqrt{-4} = \sqrt{4.(-1)}$$

$$= \sqrt{4}.\sqrt{-1}$$

$$= 2.i$$

Example: Contoh

Tentukan dan selesaikan persamaan berikut ini :

$-2x^2 + 3x - 6 = 0$

Penyelesaian :

Diketahui :

$a = -2$

$b = 3$

$c = -6$

Ditanya : D =….?

Jawab :

$D = b^2 - 4ac$

$D = 3^2 - 4 \cdot (-2) \cdot (-6)$

$D = 9 - 48$

$D = \mathbf{-39}$

Jadi, nilai Diskriminan dari persamaan tersebut adalah = **–39**

$-2x^2 + 3x - 6 = 0$

$a = -2$

$b = 3$

$c = -6$

$D = b^2 - 4ac$

$= (3)^2 - [4 \cdot -2 \cdot (-6)]$

$= 9 - 48 = -39$

X

$a < 0$

$D < 0$

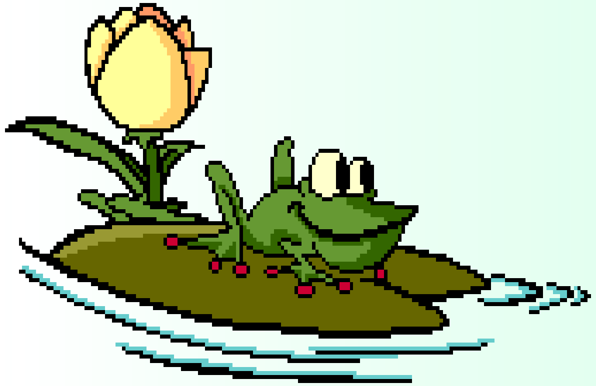
Home << < > >> End

SUM AND PRODUCT OF QUADRATIQ EQUATION ROOTS

JUMLAH DAN HASIL KALI AKAR-AKAR PERSAMAAN KUADRAT

Jumlah dan Hasil Kali Akar-akar Persamaan Kuadrat

Misalkan persamaan kuadrat $ax^2 + bx + c = 0$ memiliki akar-akar x_1 dan x_2 maka berlaku:



$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$$

BUKTI

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$$

BUKTI

Contoh Home << < > >> End

Bukti Jumlah Dua Akar

Misalkan persamaan kuadrat $ax^2 + bx + c = 0$ memiliki akar-akar x_1 dan x_2 maka berlaku:

By abc Formula then obtained / Dengan Rumus abc didapat:

$$x_1 = \frac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a} \qquad x_2 = \frac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

$$\begin{aligned}
x_1 + x_2 &= \frac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a} + \frac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a} \\
&= \frac{-b}{2a} + \frac{\sqrt{b^2-4ac}}{2a} + \frac{-b}{2a} - \frac{\sqrt{b^2-4ac}}{2a} \\
&= \frac{-b}{2a} + \frac{-b}{2a} + \frac{\sqrt{b^2-4ac}}{2a} - \frac{\sqrt{b^2-4ac}}{2a} \\
&= \frac{-b}{2a} + \frac{-b}{2a} \\
&= \frac{-2b}{2a} = \frac{-b}{a}
\end{aligned}$$

$\blacksquare$ Proven / Terbukti

back

Bukti Hasil Kali Dua Akar

Misalkan persamaan kuadrat $ax^2 + bx + c = 0$ memiliki akar-akar x_1 dan x_2 maka berlaku:

By abc Formula then obtained / Dengan Rumus abc didapat:

$$x_1 = \frac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a} \qquad x_2 = \frac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

$$\begin{aligned}
x_1 . x_2 &= \frac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a} \cdot \frac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a} \\
&= \frac{(-b)^2-(\sqrt{b^2-4ac})^2}{(2a)^2} \\
&= \frac{(b)^2-(b^2-4ac)}{4a^2} \\
&= \frac{4ac}{4a^2} \\
&= \frac{c}{a}
\end{aligned}$$

■ Proven / Terbukti

back

Example / Contoh:

Calculate the sum and product of quadratic equations root below:

Tentukan jumlah dan hasil kali akar-akar persamaan kuadrat di bawah ini:

$$x^2 + 4x - 21 = 0$$

a = 1
b = 4
c = -21

Penyelesaian/Solution:

$$x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} = \frac{-4}{1} = -4$$

$$x_1 . x_2 = \frac{c}{a} = \frac{-21}{1} = -21$$

Example / Contoh:

Calculate the sum and product of quadratic equations root below:

Tentukan jumlah dan hasil kali akar-akar persamaan kuadrat di bawah ini: $$12x^2 - 1{,}5x + 144 = 0$$

$x_1 + x_2 = \frac{-b}{a}$

$x_1 . x_2 = \frac{c}{a}$

a = 12
b = -1,5
c = 144

$c = 144$

Penyelesaian/Solution:

$$x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} = \frac{-(-1{,}5)}{12} = 0{,}125$$

$$x_1 . x_2 = \frac{c}{a} = \frac{144}{12} = 12$$

Exercise / Latihan:

Calculate the sum and product of quadratic equations root below:

Tentukan jumlah dan hasil kali akar-akar persamaan kuadrat di bawah ini:

- $x^2 + 8x + 15 = 0$
- $x^2 - 8x - 16 = 0$
- $x^2 + 100 = 0$
- $x^2 - 8x + 16 = 0$

Kerjakan No 1 dan 4

① $a = 1$
$b = 8$
$c = 15$

$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = \frac{-8}{1} = -8$

$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} = \frac{15}{1} = 15$ //

Kesimpulan *Summary*

Untuk persamaan kuadrat $ax^2 + bx + c = 0$ memiliki akar-akar x_1 dan x_2 maka berlaku:

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$$

$$x_1 . x_2 = \frac{c}{a}$$

ARRANGING QUADRATIQ EQUATION

MENYUSUN PERSAMAAN KUADRAT

Menyusun Persamaan Kuadrat

Untuk menyusun persamaan kuadrat dapat dilakukan dengan dua cara yaitu:

KEBALIKAN FAKTORISASI

JUMLAH DAN HASIL KALI AKAR

Cara ini digunakan apabila diketahui x_1 dan x_2

Example / Contoh:

Susunlah persamaan kuadrat jika akar-akar persamaan kuadrat tersebut adalah $x_1=3$ atau $x_2=-5$

Penyelesaian/Solution:

$$x_1 = 3 \quad \text{atau} \quad x_2 = -5$$

$$\Leftrightarrow x - 3 = 0 \quad \text{atau} \quad x + 5 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-3).(x+5) = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 3x + 5x - 15 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 2x - 15 = 0$$

Jadi persamaan kuadrat dengan akar $x_1=3$ atau $x_2=-5$ adalah $X^2+2x-15=0$

Cara ini digunakan apabila diketahui jumlah dan hasil kali akar persamaan kuadrat

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{ax^2 + bx + c}{a} = \frac{0}{a}$$

$$\Leftrightarrow x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - (x_1 + x_2)x + (x_1.x_2) = 0$$

Example / Contoh:

Susunlah persamaan kuadrat jika akar-akar persamaan kuadrat tersebut adalah $x_1 + x_2 = -2$ dan $x_1 . x_2 = -15$

Penyelesaian/Solution:

$$x^2 - (x_1 + x_2)x + (x_1.x_2) = 0$$

$$\Leftrightarrow \quad x^2 - (-2)x + (-15) = 0$$

$$\Leftrightarrow \quad x^2 + 2x - 15 = 0$$

Jadi persamaan kuadrat dengan $x_1 + x_2 = -2$ dan $x_1 . x_2 = -15$ adalah $\mathbf{x^2+2x-15=0}$

Example / Contoh:

Diketahui persamaan dengan jumlah akar-akarnya 12 dan hasil kali akar-akarnya adalah 20. Susunlah persamaan kuadrat baru yang akar-akarnya lebih besar 2 kali lipat

6

$x_1 + x_2 = 12$

$x_1 . x_2 = 20$

Penyelesaian/Solution:

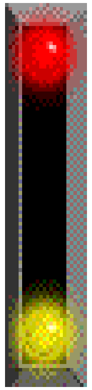
Misal persamaan baru memiliki akar x_1' dan x_2'

didapat $x_1' = 2.x_1$ dan $x_2' = 2.x_2$

sehingga

$x_1' + x_2' = 2(x_1+x_2) = 2.12 = 24$

$x_1' . x_2' = 4.x_1x_2 = 4.20 = 80$



$$x^2 - (x_1' + x_2')x + (x_1'.x_2') = 0$$
$$\Leftrightarrow \quad x^2 - (24)x + (80) = 0$$
$$\Leftrightarrow \quad x^2 - 24x + 80 = 0$$

Jadi persamaan kuadrat yang baru adalah $x^2-24x+80=0$

Exercise / Latihan:

Tentukan persamaan kuadrat yang akar-akarnya adalah sebagai berikut:

1. 2 dan -3
2. ½ dan 2/3
3. Diketahui persamaan dengan jumlah akar-akarnya -5 dan hasil kali akar-akarnya adalah -20. Susunlah persamaan kuadrat baru yang akar-akarnya lebih besar 3 kali lipat

Home << < > >> End

Sifat-Sifat Fungsi Kuadrat

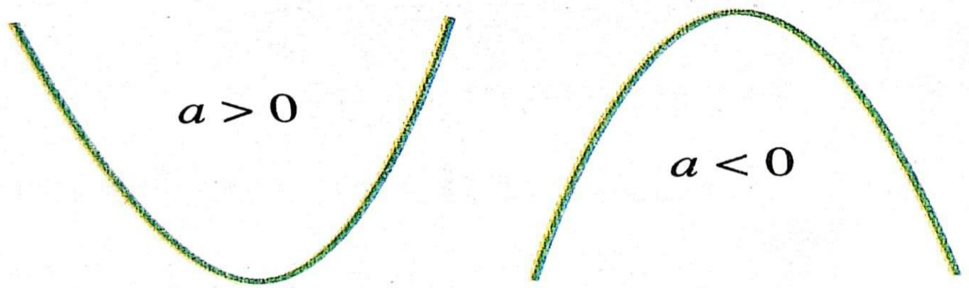
Venni Herli Sundi

Sifat Fungsi Kuadrat Ditinjau dari Koefesiennya

1. Arti nilai a

Pada fungsi kuadrat $f(x) = ax^2 + bx + c$:

1) Jika $a > 0$, maka grafik dari fungsi kuadrat akan terbuka ke atas.
2) Untuk $a < 0$, maka grafik dari fungsi kuadrat akan terbuka ke bawah.



Gambar 2.1 Bentuk grafik fungsi kuadrat berdasarkan nilai a.

2. Arti Nilai C

Perhatikan kembali fungsi kuadrat $f(x) = ax^2 + bx + c$

Jika peubah x bernilai 0, maka didapatkan:

$$y = f(0) = a(0)^2 + b(0) + c = c$$

didapatkan $y = c$ atau koordinat $(0, c)$ yang merupakan titik potong grafik dengan sumbu Y.

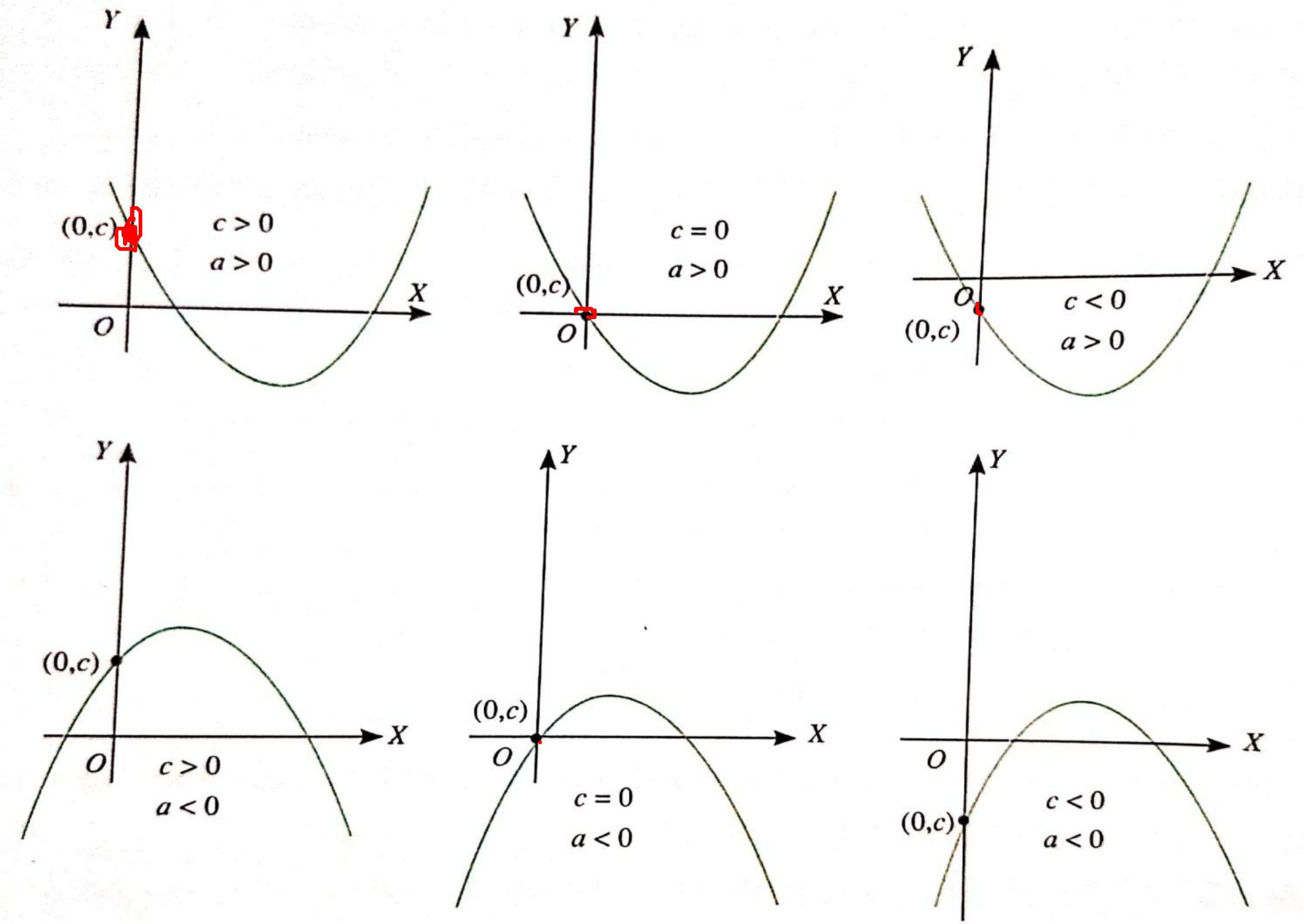
Sehingga diperoleh kesimpulan:

Jika $c > 0$ maka grafik memotong sumbu Y positif.

Jika $c < 0$ maka grafik memotong sumbu Y negatif.

Jika $c = 0$ maka grafik melalui titik $(0,0)$.

Dengan memperhatikan nilai a dan c, maka diperoleh gambar grafik sebagai berikut.

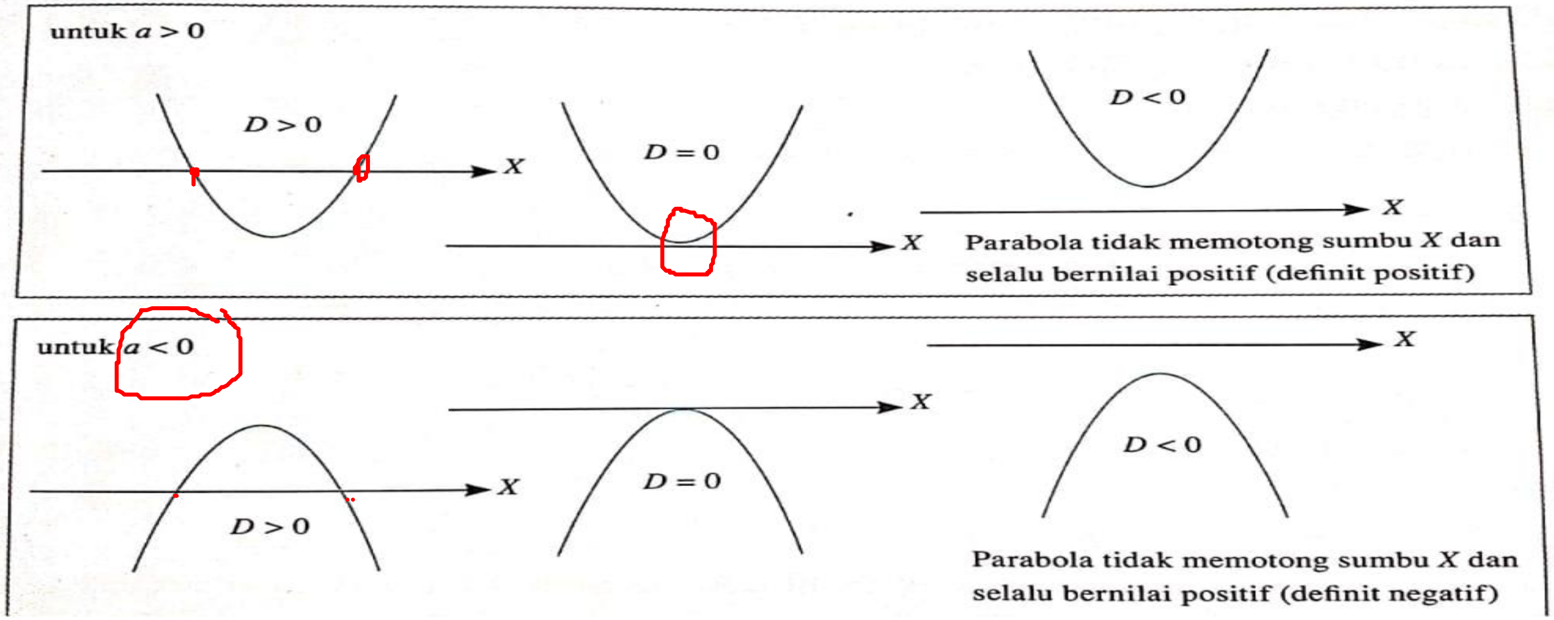


Sifat Fungsi Kuadrat Ditinjau dari Diskriminan

Diberikan $f(x) = ax^2 + bx + c$. Diskriminan dari fungsi kuadrat tersebut adalah $D = b^2 - 4ac$. Nilai D tersebut akan membuat grafik fungsi kuadrat menjadi seperti berikut ini.

a. Jika $D > 0$, maka grafik memotong sumbu X di dua titik yang berbeda.
b. Jika $D = 0$, maka grafik menyinggung sumbu X.
c. Jika $D < 0$, maka grafik tidak memotong sumbu X.

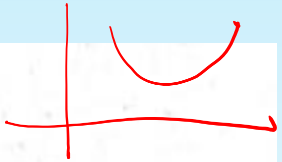
Dengan menggabungkan nilai D dengan nilai a, maka grafik fungsi kuadrat akan berbentuk seperti berikut:



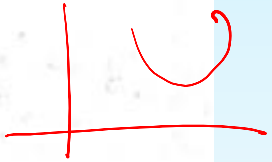
Latihan

- Berdasarkan nilai a dari koefesien fungsi kuadrat berikut, tentukan kesimpulan dari grafiknya:

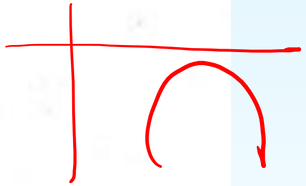
a. $y = x^2 - 4x + 5$



b. $y = 2x^2 - 2x - 1$



c. $y = -x^2 + 2x + 1$



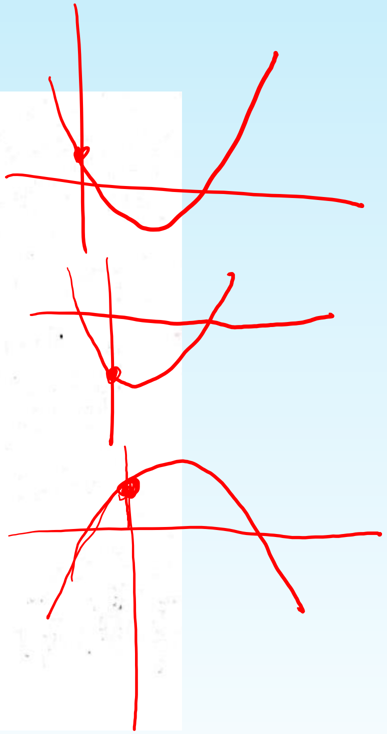
Latihan

- Tentukan posisi grafik dari fungsi kuadrat berikut dengan melihat tanda dari koefesien c

a. $y = x^2 - 4x + 5$

b. $y = 2x^2 - 2x - 1$

c. $y = -x^2 + 2x + 1$



Latihan

- Tentukan apakah fungsi kuadrat berikut memotong sumbu X di dua titik, menyinggung sumbu X, atau tidak memotong dan tidak menyinggung sumbu X

$a=1 \quad b=-3 \quad c=-4$

a. $y = x^2 - 3x - 4$

$1 \quad -1 \quad -2$

b. $y = x^2 - x - 2$

$a=1 \quad b=-4 \quad c=0$

c. $y = x^2 - 4x$

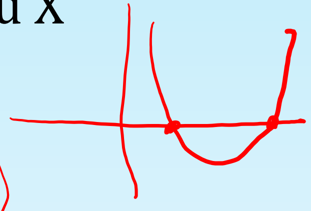
d. $y = x^2 - 4x + 4$

$1 \quad -4 \quad 4$

1. $D = b^2 - 4ac$

$= (-3)^2 - (4 . 1 . (-4))$

$= 9 - (-16) = 25$



2. $D = (-1)^2 - (4 . 1 . (-2))$

$= 1 - (-8) = 9$

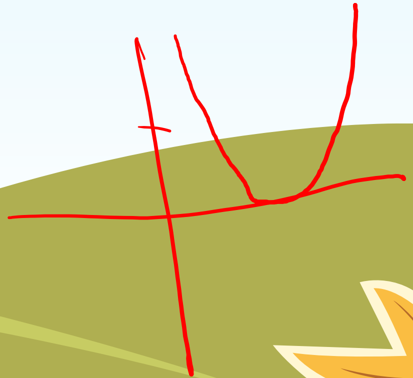
3. $D = (-4)^2 - (4 . 1 . 0)$

$= 16$

4. $D = (-4)^2 - (4 . 1 . 4)$

$= 16 - 16$

$= 0$



Menggambar Grafik Fungsi Kuadrat

Langkah-langkah menggambar grafik fungsi kuadrat :

1. **Menentukan titik potong dengan sumbu X (y = 0)**
   Menentukan titik potong dengan sumbu Y (x = 0)

2. **Menentukan sumbu simetri dan koordinat titik balik**
   Persamaan sumbu simetri adalah x = - b / 2a

3. **Koordinat titik puncak / titik balik adalah P(x, y) dengan**

   x = -b /2a dan y = -D / 4a

Menentukan beberapa titik bantu lainnya (jika di perlukan)
(Diambil dari angka sebelah kiri dan sebelah kanan sumbu simetri)

Contoh Soal Fungsi Kuadrat:

Gambarlah grafik fungsi kuadrat $y = x^2 - 4x - 5$.

Jawab :

(i) Titik potong dengan sumbu X (y = 0)

$$x^2 - 4x - 5 = 0$$

$$\boxed{(x + 1)(x - 5) = 0}$$

$$x = -1 \text{ atau } x = 5$$

Jadi, titik potong grafik dengan sumbu X adalah titik (-1, 0) dan (5, 0).

(i) Titik potong dengan sumbu Y (x = 0)

$$y = 0^2 - 4(0) - 5$$

$$y = -5$$

Jadi titik potong dengan sumbu Y adalah titik (0, -5)

x, y

(iii) **Sumbu simetri dan koordinat titik balik**

$x^2 - 4x - 5$

$$x = \frac{-b}{2a} = \frac{-(-4)}{2(1)} = \frac{4}{2} = 2$$

$$y = \frac{-D}{4a} = \frac{-((-4)^2 - 4(1)(-5))}{4(1)} = -9$$

-36

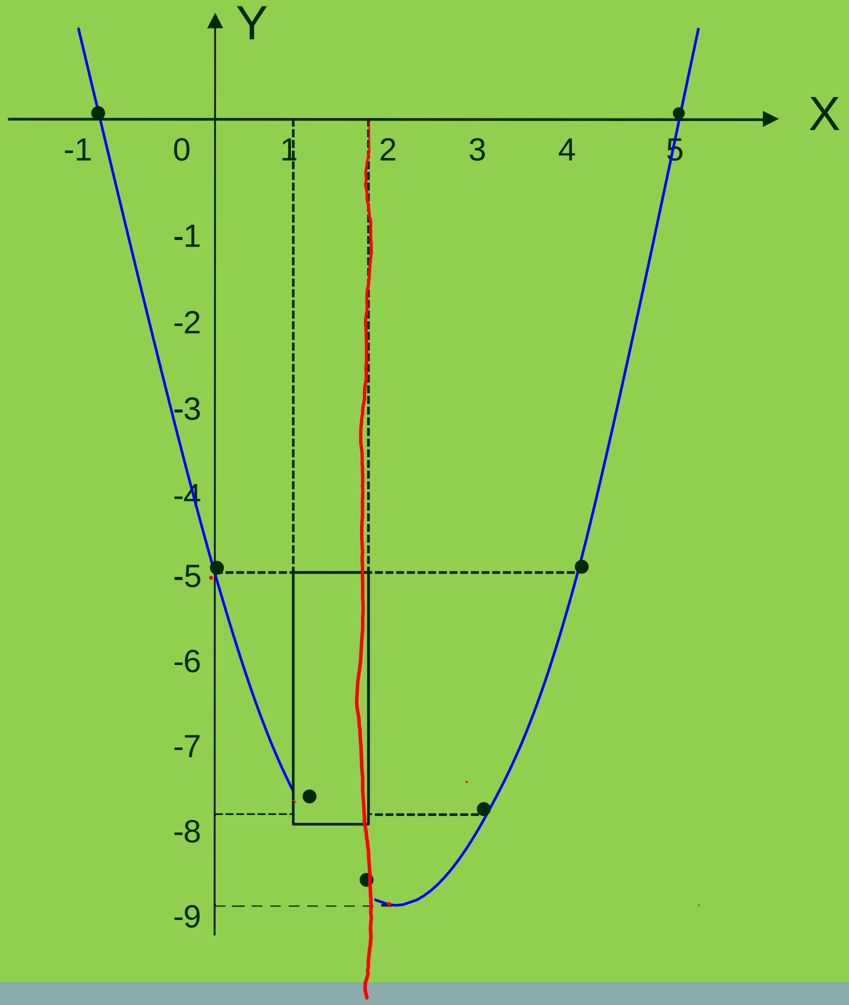
$$-\frac{(16 - (4.1.-5))}{4} = -\frac{(16-(-20))}{4} = -\frac{(36)}{4} = -9$$

Jadi, sumbu simetrinya x = 2 dan koordinat titik baliknya (2, -9).

(iv) **Menentukan beberapa titik bantu. Misal untuk x = 1, maka y = -8.**

Jadi, titik bantunya (1, -8).

Grafiknya :



Latihan

1. Gambarlah sketsa grafik $y = x^2 + 6x - 7$

2. Gambarlah sketsa grafik $y = -x^2 + 6x - 9$

PENERAPAN FUNGSI KUADRAT

Venni Herli Sundi

SOAL

Sebuah bola dilemparkan ke atas secara vertical. Tinggi peluru dinyatakan dengan fungsi h (t) = $28t - 2t^2$, dengan t dalam detik dan h dalam meter

a. Tentukan tinggi maksimum yang dicapai oleh bola tersebut

b. Tentukan waktu ketika tinggi maksimum tersebut tercapai

$ax^2 + bx + c = 0$

$h(t) = 28t - 2t^2$

$= -2t^2 + 28t$

$a = -2$

$b = 28$

$c = 0$

1. tinggi maksimum

$$h = \frac{b^2 - 4ac}{-4a}$$

$$= \frac{(28)^2 - 4(-2).(0)}{-4(-2)}$$

$$= \frac{784}{8}$$

$= 98$ meter

2. waktu mencapai tinggi maks

$$t = \frac{-b}{2a} = \frac{-28}{2(-2)}$$

$$= \frac{-28}{-4}$$

$= 7$ detik

SOAL

Sebuah peluru ditembakkan vertikal ke atas. Tinggi peluru h (dalam meter) sebagai fungsi waktu t (dalam detik) dirumuskan dengan h(t) = –4t^2 + 40t. Tentukan tinggi maksimum yang dapat dicapai peluru!

$h(t) = -4t^2 + 40t$

$a = -4$

$b = 40$

$c = 0$

$$h = \frac{b^2 - 4ac}{-4a}$$

$$= \frac{(40)^2 - 4(-4)(0)}{-4.(-4)}$$

$$= \frac{1600}{16} = 100 \text{ m}$$

$$t = \frac{-b}{2a}$$

$$= \frac{-40}{2.(-4)}$$

$$= \frac{-40}{-8}$$

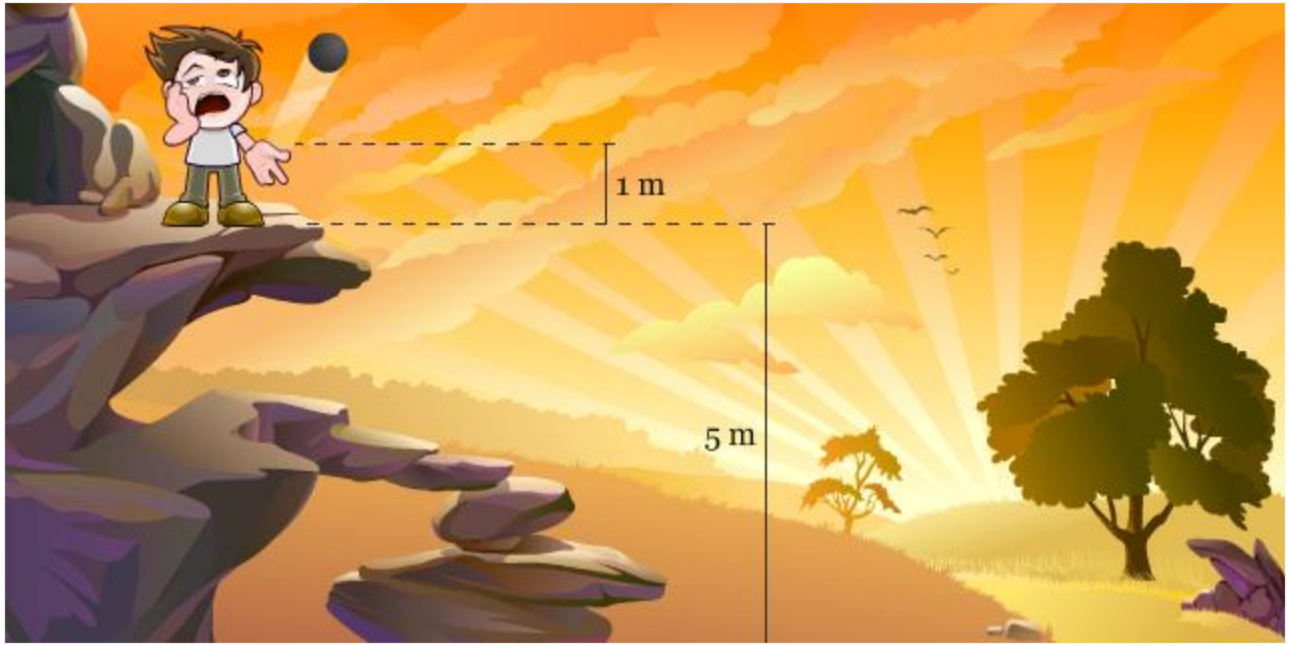
$$= 5 \text{ detik}$$

SOAL

Seorang anak berdiri di atas tebing yang memiliki ketinggian 5 m dari permukaan tanah, melempar bola ke atas dengan kecepatan awal 20 m/s (anggap bola dilepaskan ketika berada 1 m di atas permukaan tebing di mana anak tersebut berdiri). Tentukan (a) tinggi bola setelah 3 detik, dan (b) waktu yang dibutuhkan agar bola tersebut sampai di permukaan tanah.

6

JAWAB



Pembahasan Dengan menggunakan informasi yang diberikan soal, kita memperoleh $h = -5t^2 + 20t + 6$. Untuk menentukan tinggi bola setelah 3 detik, substitusikan $t = 3$ ke dalam persamaan tersebut.

$$
\begin{aligned}
h &= -5t^2 + 20t + 6 \\
&= -5(3)^2 + 20(3) + 6 \\
&= -45 + 60 + 6 = 21 \text{ m}
\end{aligned}
$$

JAWAB

Apabila bola sampai di permukaan tanah, maka ketinggian bola tersebut adalah 0 meter. Sehingga dengan mensubstitusi h = 0 diperoleh,

$$0 = -5t^2 + 20t + 6$$

$a = -5$

$b = 20$

$c = 6$

$$t = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$= \frac{-20 \pm \sqrt{(20)^2 - 4(-5)(6)}}{2(-5)}$$

$\sqrt{400 - (-120)}$

$$= \frac{-20 \pm \sqrt{520}}{-10}$$

$= \dfrac{-20 \pm 22,80}{-10}$

$\dfrac{-20 + 22,80}{-10} = \dfrac{2,8}{-10} = -0,28$

$\dfrac{-20 - 22,80}{-10} = \dfrac{-42,80}{-10} = 4,28$

$t \approx 4{,}28$ atau $t \approx -0{,}28$

Karena waktu tidak pernah negatif, maka waktu yang diperlukan agar bola tersebut sampai di permukaan tanah adalah 4,28 detik.

SOAL

Sebuah peluru ditembakkan ke atas. Tinggi peluru pada t detik dirumuskan oleh $h(t) = 40t - 5t^2$ (dalam meter).

a. Tentukan tinggi maksimum yang dapat ditempuh oleh peluru tersebut
b. Tentukan tinggi maksimum jika pada saat itu $t = 5$ detik

$h(t) = 40t - 5t^2$

$a = -5$

$b = 40$

$c = 0$

tinggi maksimum

$$h = \frac{b^2 - 4ac}{-4a}$$

$$= \frac{(40)^2 - \cancel{4.(-5).(0)}}{-4(-5)}$$

$$= \frac{1600}{20} = 80 \text{ meter}$$

$t = 5$ detik

$h(t) = 40t - 5t^2$

$= 40(5) - 5(5)^2$

$= 200 - 5(25)$

$= 200 - 125$

$= 75$ meter

Thank You

Problem Solving

Venni Herli Sundi, M.Pd

PROBLEM SOLVING

Pengertian Masalah

Hartono (2014) menyampaikan masalah (*problem*) merupakan bagian dari kehidupan manusia baik bersumber dalam diri maupun kehidupan sekitar. Adanya permasalahan tesebut secara tidak langsung menjadikan penyelesaian sebagai akivitas dasar manusia untuk bertahan hidup

Ruseffendi (2006) “Sesuatu itu merupakan masalah bagi seseorang bila sesuatu itu: baru, sesuai dengan kondisi yang memecahkan masalah (tahap perkembangan mentalnya) dan ia memiliki pengetahuan prasyarat”.

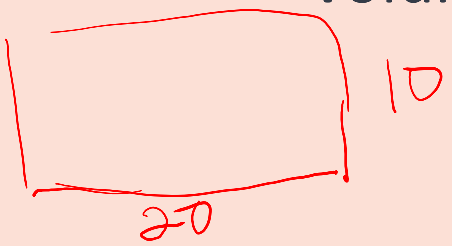
Masalah dalam Matematika

"Krulik and Rudnick (1995) masalah dalam matematika adalah situasi yang dihadapkan kepada seseorang atau kelompok yang belum ada cara atau prosedur untuk menemukan jawaban, sedangkan masalah yang sudah ada cara atau prosedur untuk menyelesaikannya disebut latihan"

Ilustrasi Soal

"Sebuah silinder mempunyai jari-jati 10 cm dan tinggi 15 cm. berapa volume silinder tersebut?"

Selembar kertas berukuran 10 cm x 20 cm. kertas tersebut digunakan sebagai selimut silinder, dengan cara menggulungnya silinder manakah yang mempunyai volume terbesar apakah kertas yang digulung menurut panjangnya atau lebarnya?



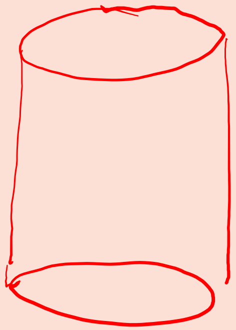
$K = 2\pi r$

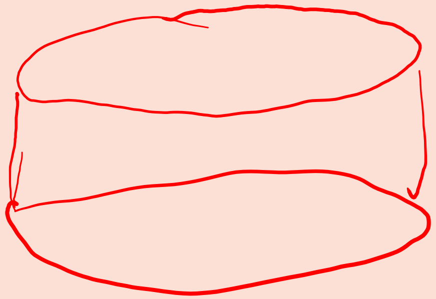
$\frac{10}{2} = \pi r$

$5 = \pi r$

$K = 10$

$t = 20$





$K = 20$

$t = 10$

Kriteria Sebuah Masalah

Membuat orang ingin menyelesaikan masalah

Belum ada prosedur untuk menyelesaiakan masalah

Memerlukan usaha dan ketekunan untuk menemukan jawaban

PEMECAHAN MASALAH

"Pemecahan masalah adalah penggunaan pengetahuan, keterampilan dan pemahaman sebelumnya untuk menjawab situasi baru (Krulik&Rudnick, 1995)

Polya (2004) mendefinisikan pemecahan masalah sebagai usaha mencari jalan keluar dari suatu kesulitan

TIPE MASALAH

01

Masalah Penerjemah Sederhana

Untuk memberi pengalaman peserta didik menerjemahkan situasi dunia nyata kedalam pengalaman matematis

Contoh: Rinda mempunyai 20 ayam ras di dalam kandangnya, dikandang yang berbeda Aria mempunyai 25 ayam ras. Berapa lebihnya ayam ras yang dipunyai Aria dari yang dipunyai Rinda?

02

Masalah Penerjemah Kompleks

Masalah ini hampir sama dengan sederhana, namun di dalamnya menuntut lebih dari satu kali penerjemahan dan ada lebih dari satu operasi hitung yang terlibat

Contoh: suatu perusahan produsen lampu sepeda motor mengemas 12 lampu dalam satu paket. Setiap 36 paket dimasukkan dalam satu kardus. Toko murah adalah penjual suku cadang sepeda motor. Toko murah memesan 5184 lampu kepada perusahaan tersebut. Berapa kardus lampu yang akan diterima oleh toko tersebut?

03

Masalah Proses

Penggunaan masalah tersebut dalam pembelajaran dimaksudkan untuk memberi kesempatan kepada peserta didik mengungkapkan proses yang terjadi dalam pikirannya.

Contoh: kelompok penggemar catur beranggita 15 orang akan mengadakan pertandingan. Jika setiap anggota harus bertanding dengan anggota lain dalam setiap pertandingan, berapa banyak pertandingan yang akan mereka mainkan?

04

Masalah Penerapan

Penggunaan masalah tersebut dalam pembelajaran dimaksudkan untuk memberi kesempatan kepada siswa mengeluarkan berbagai keterampilan, proses, konsep dan fakta untuk memecahkan masalah nyata (kontekstual). Masalah ini akan menyadarkan siswa pada nilai dan kegunaan matematika dalam kehidupan sehari-hari.

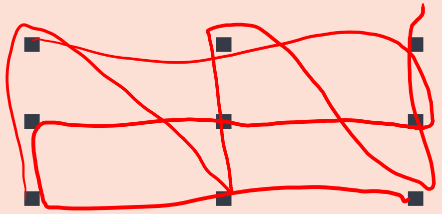
Contoh: Berapa banyak kertas yang digunakan di sekolah Anda dalam satu tahun? Berapa banyak pohon yang ditebang untuk membuat kertas-kertas yang digunakan di sekolah Anda?

05

Masalah Puzzle

Untuk memberi kesempatan kepada siswa mendapatkan pengayaan matematika yang bersifat rekreasi (recreational mathematics). Mereka menemukan suatu penyelesaian yang terkadang fleksibel namun di luar perkiraan (memandang suatu masalah dari berbagai sudut pandang). Perlu diperhatikan di sini bahwa masalah puzzle tidak mesti berujud teka- teki, namun dapat pula dalam bentuk aljabar yang penyelesaiannya diluar perkiraan.

Contoh: Gambarlah 4 garis atau ruas garis yang melalui 9 titik pada Gambar di samping tanpa mengangkat alat tulis!



Langkah-Langkah Penyelesaian Masalah Menurut “Polya”

01

Pemahaman masalah (*understanding the problem*)

Memahami masalah yang dihadapi, apa yang ditanya, memahami kondisi data yang diberikan untuk menemukan apa yang ditanya, serta membuat gambar dan notasi yang sesuai

02

Menemukan suatu rencana (*devising a plan)*

Menemukan hubungan antara data dengan hal-hal yang belum diketahui, mengingat kembali soal yang sebelumnya, pengalaman sebelumnya digunakan untuk menyelesaikan masalah sekarang, mengandaikan soal yang baru belum dapat diselesaikan lalu coba pikirkan soal serupa dan selesaikan

03

Melaksanakan rencana (*carry out the plan*)

Melaksanakan rencana penyelesaian masalah, memeriksa setiap langkahnya apakah tiap langkah perhitungan sudah benar, lalu membuktikan bahwa langkah-langkah yang dipilih sudah benar.

04

Memeriksa kembali (*looking back*)

Bagaimana cara memeriksa kebenaran hasil yang diperoleh, kemudian dapatkah diperiksa sanggahannya dan dicari hasil tersebut dengan cara lain, serta dapatkah cara-cara lain digunakan untuk masalah yang lain, sehingga dalam menyelesaikan masalah bisa menggunakan berbagai cara.

Strategi Pemecahan Masalah

01

Beraksi/Bermain Peran (*Act It Out*)

Strategi bermain peran atau act it out dapat melibatkan situasi masalah sebagai dasar permainan. Strategi ini berguna untuk siswa di kelas awal karena permainan mencerminkan kehidupan nyata dan membuat masalah lebih bermakna

02

Membuat Gambar atau Diagram

Strategi menggambar diagram melibatkan situasi masalah dengan membuat sketsa atau diagram. Ini adalah salah satu strategi yang penting dalam pemecahan masalah karena penggunaannya yang luas dalam masalah nonrutin

Strategi Pemecahan Masalah

03

Mencari Pola

Penggunaan pola adalah dominan dalam pembelajaran matematika. Pola dapat memudahkan kita utuk merumuskan aturan dan memprediksi hasil.

04

Membuat Tabel

Tabel terdiri atas baris dan kolom yang menunjukkan hubungan variabel dalam sebuah masalah. Seringkali satu kolom atau baris berisi peristiwa yang natural seperti 1, 2, 3. Data yang dimasukkan dalam tabel seringkali menunjukkan urutan yang berulang, dan pemahaman terhadap pemasukan data dapat menjadi awal untuk memecahkan masalah.

Strategi Pemecahan Masalah

05

Menghitung Membuat Daftar Terorganisir

Sebuah daftar atau kelompok daftar dibuat untuk memelihara tebakan atau perhitungan yang dipesan dan memastikan semua kemungkinan perhitungan dilibatkan dan tidak ada data yang dimasukkan secara berulang. Menghitung sering digunakan untuk menggambarkan hasil akhir. Daftar digunakan sebagai perbandingan atau pola penemuan untuk menentukan satu atau lebih jawabannya

06

Menebak dan Menguji (*Trial And Error*)

Strategi ini hampir selalu tepat untuk masalah yang melibatkan proses coba dan gagal (*trial and error*) dan masalah yang melibatkan alasan dalam penentuan jawabannya. Strategi ini membantu siswa untuk menyadari kenyataan bahwa tebakan yang bagus dalam matematika mendapat tempat dan tidak harus dihindari.

Strategi Pemecahan Masalah

07

Bekerja Mundur

Terkadang bilangan terakhir dari sebuah masalah sudah diketahui namun bilangan awalnya belum diketahui. Karena strategi yang dilakukan adalah membalik operasi untuk menemukan bilangan awalnya, siswa perlu memahami operasi balik untuk memecahkan masalah dengan strategi "bekerja mundur"

08

Menggunakan Logika

Masalah logika membutuhkan pengandaian "jika…, maka". Strategi ini untuk menentukan apa yang diketahui dan memantapkan relasi atau hubungan lain

Strategi Pemecahan Masalah

09

Menulis Kalimat terbuka

Strategi menulis kalimat matematika terbuka ini melibatkan pemahaman tentang hubungan dan pertanyaan dalam masalah dan menerjemahkannya ke dalam bahasa matematika.

10

Menyelesaikan Masalah yang Hampir Sama

Kebanyakan masalah memiliki struktur yang sama dan dipecahkan melalui cara yang sama. Seringkali bahasa masalah cukup untuk mengingatkan kembali pemecahan suatu masalah dengan masalah sebelumnya yang mirip.

PERAN PEMECAHAN MASALAH DALAM PEMBELAJARAN

01 Sebagai pembenaran untuk mengajar matematika

02 Untuk memberikan motivasi khusus untuk topik subjek

03 Sebagai rekreasi

04 Sebagai sarana untuk mengembangkan keterampilan baru

05 Sebagai prakti

Aplikasi Pendekatan Pemecahan Masalah dalam Pembelajaran Matematika

Ibu Abid membeli masing-masing 1 kg mangga, jeruk, dan apel. Harga sekilo mangga dan sekilo jeruk sama, yaitu Rp 5.750,00. Sedangkan harga sekilo apel adalah Rp 8.125,00. Berapa kira-kira uang yang dihabiskan ibu Abid untuk membeli ketiga buah tersebut?

- **Langkah Penyelesaian Problem Solving Polya**

Understanding the problem (Mengerti permasalahan)

Diketahui : Harga 1kgmangga = 1kg jeruk Rp5.750,00

Harga 1kg apel = Rp8.125,00

Ibu membeli 1 kg mangga, 1kg apel, 1kg jeruk

Ditanyakan : uang yang harus dibayarkan ibu?

Langkah Penyelesaian Problem Solving Polya

Devising a plann (Merancang rencana) Siswa mulai merencanakan cara apa yang mudah untuk menyelesaikan masalah. Misalnya dengan cara mempraktekkannya langsung dengan menggunakan uang mainan (monopoli).

Langkah Penyelesaian Problem Solving Polya

Carrying out the plann (Melaksanakan rencana)

Beli 1kg mangga + 1kg apel + 1kg jeruk = Rp 5.750 + Rp 8.125 + Rp 5.750 = Rp19.625,00

Jadi uang yang harus dibayarkan ibu adalah Rp 19.625,00.

Langkah Penyelesaian Problem Solving Polya

Looking back (Melihat kembali)

Siswa mengoreksi kembali proses proses penyelesaian tersebut dengan cara bersusun.

$$
\begin{array}{r}
5750 \\
8125 \\
5750 \quad + \\
\hline
19.625
\end{array}
$$

LATIHAN SOAL

Hani, Ratna dan Yuli membeli baju dan kaos bersama-sama di sebuah toko. Hani membeli tiga baju dan dua kaos seharga Rp280.000,00. Ratna membeli satu baju dan tiga kaos seharga Rp210.000,00.

a. Berapa yang akan dibayar Yuli jika membeli dua baju dan dua kaos?

b. Tuliskan metode yang digunakan untuk menyelesaikan soal tersebut!

THANKS!

Do you have any questions?

Venni Herli Sundi, M.Pd

PELUANG, PERMUTASI, KOMBINASI

PELUANG

- **Fungsi Distribusi Peluang**

Suatu besaran yang hanya bisa mengambil nilai-nilai berbeda dinamakan ***variable.*** Sedangkan v***ariabel diskrit*** adalah variabel yang diperoleh dari kegiatan membilang sehingga mempunyai nilai-nilai bulat. Jika variabel diskrit tersebut diperoleh dari suatu eksperimen acak, maka dianamakan ***variabel diskrit acak***

- Sebagai contoh, pelantunan tiga buah uang logam dimana setiap uang logam berkemungkinan muncul angka (A) atau gambar (G)

$2^3 = 8$ //

- Kegiatan ini memiliki ruang sampel S =

{GGG, GGA, GAG, AGG, GAA, AGA, AAG, AAA}, sehingga n(S) = 8

Misalkan X adalah variabel yang menunjukkan banyaknya muncul angka/

Maka : $X = 0$: {GGG} $n(X = 0) = 1$ sehingga $P(X = 0) = 1/8$

$X = 1$: {AGG, GAG, GGA} $n(X = 1) = 3$ sehingga $P(X = 1) = 3/8$

$X = 2$: {GAA, AGA, AAG} $n(X = 2) = 3$ sehingga $P(X = 2) = 3/8$

$X = 3$: {AAA} $n(X = 3) = 1$ sehingga $P(X = 3) = 1/8$

Dari data diatas diperoleh tabel distribusi probabilitas

X	0	1	2	3	Lainnya	Total
P(X)	1/8	3/8	3/8	1/8	0	1

Tabel distribusi probabilitas haruslah mempunyai nilai total 1. Artinya jumlah distribusi peluang munculnya angka pada pelantunan tiga buah uang logam haruslah 1.

Dari tabel distribusi probabilitas diatas dapat dibuat fungsi distribusi probabilitas, yakni :

$$F(x) = \begin{cases} 1/8, & \text{jika } x = 0, 3 \\ 3/8, & \text{jika } x = 1, 2 \\ 0, & \text{jika } x = \text{lainnya} \end{cases}$$

Dari uraian diatas disimpulkan bahwa Suatu fungsi F(X) dikatakan fungsi distribusi probabilitas jika memenuhi syarat sebagai berikut :

(1) X_1 , X_2 , X_3 , …, dan X_n adalah kejadian yang saling lepas

(2) $P(X_1) + P(X_2) + P(X_3) + \ldots + P(X_n) = 1$

Untuk lebih jelasnya ikutilah contoh soal berikut ini :

1. Pada pelantunan dua buah dadu serentak satu kali, buatlah tabel dan fungsi distribusi peluang munculnya dua mata mata dadu yang jumlahnya genap.

$6^2 = 36$

Jawab

Misalkan X adalah variabel yang menunjukkan jumlah dua mata mata dadu yang menunjukkan angka genap, maka :

Ruang sampel n(S) = 36

X = 2 : {(11)}	n(X = 2) = 1	sehingga P(X = 2) = 1/36
X = 4 : {(1,3),(3,1),(2,2)}	n(X = 4) = 3	sehingga P(X = 4) = 1/12
X = 6 : {(1,5),(5,1),(2,4),(4,2),(3,3)}	n(X = 6) = 5	sehingga P(X = 6) = 5/36
X = 8 : {(6,2),(2,6),(5,3),(3,5),(4,4)}	n(X = 8) = 5	sehingga P(X = 8) = 5/36
X = 10: {(6,4),(4,6),(5,5)}	n(X = 10) = 3	sehingga P(X = 10) = 1/12
X = 12: {(6,6)}	n(X = 12) = 1	sehingga P(X = 12) = 1/36

$P \rightarrow 3/36 = 1/12$

Dari data diatas diperoleh tabel distribusi probabilitas

X	2	4	6	8	10	12	Lainnya	Total
P(X)	1/36	1/12	5/36	5/36	1/12	1/36	1/2	1

Fungsi distribusi probabilitas, yakni :

$$f(x) = \begin{cases} 1/36 , & \text{jika } x = 2, 12 \\ 1/12 , & \text{jika } x = 4, 10 \\ 5/36 , & \text{jika } x = 6, 8 \\ 1/2 , & \text{jika } x = \text{lainnya} \end{cases}$$

Soal

2. Pada pelantunan dua buah dadu serentak satu kali, buatlah tabel dan fungsi distribusi peluang munculnya dua mata mata dadu yang jumlahnya lebih dari 8.

Jawab:

Misalkan X adalah variabel yang menunjukkan jumlah dua mata mata dadu yang menunjukkan nilai lebih dari 8, maka :

Ruang sampel n(S) = 36

X = 9 : {(45),(5,4),(6,3),(3,6)} n(X = 9) = 4 sehingga P(X = 0) = 1/9

X=10 : {(6,4),(4,6),(5,5)} n(X = 10) = 3 sehingga P(X = 10) = 1/12

X=11 : {(6,5),(5,6)} n(X = 11) = 2 sehingga P(X = 11) = 1/18

X=12 : {(6,6)} n(X = 12) = 1 sehingga P(X = 12) = 1/36

$\frac{4}{36} = \frac{1}{9}$

Dari data diatas diperoleh tabel distribusi probabilitas

X	9	10	11	12	Lainnya	Total
P(X)	1/9	1/12	1/18	1/36	13/18	1

$\frac{4}{36} + \frac{3}{36} + \frac{2}{36} + \frac{1}{36} = \frac{10}{36}$

$\frac{36}{36} - \frac{10}{36} = \frac{26}{36} = \frac{13}{18}$

Fungsi distribusi probabilitas, yakni :

$$F(x) = \begin{cases} 1/9 & , \text{ jika } x = 9 \\ 1/12 & , \text{ jika } x = 10 \\ 1/18 & , \text{ jika } x = 11 \\ 1/36 & , \text{ jika } x = 12 \\ 13/18 & , \text{ jika } x = \text{lainnya} \end{cases}$$

Fungsi diatas dapat juga dinyatakan dalam bentuk lain, yakni :

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{13 - x}{36} & , \text{ jika } 9 \leq x \leq 12 \\ 13/18 & , \text{ jika } x \text{ lainnya} \end{cases}$$

KAIDAH PENCACAHAN

- NOTASI FAKTORIAL

Jika n bilangan asli, maka n faktorial ditulis n ! didefinisikan sebagai berikut:

$$n! = n(n-1)(n-2)(n-3)\ldots 3.\,2.\,1$$

$2! = 2 \times 1$

Dan nol faktorial didefinisikan sebagai $0! = 1$

$8! = 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$

CONTOH :

Hitunglah setiap nilai faktorial berikut ini

(a) $3!\,.\,4! =$

(b) $\dfrac{6!}{4!.\,2!}$

(a) $3! = 3 \times 2 \times 1 = 6$

$4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$

Jadi $3!\,.\,4! = 6 \times 24 = 144$

(b) $\dfrac{6!}{4!.\,2!} = \dfrac{6 \times 5 \times \cancel{4 \times 3 \times 2 \times 1}}{\cancel{(4 \times 3 \times 2 \times 1)}(2 \times 1)}$

$= \dfrac{6 \times 5}{2 \times 1} = \dfrac{30}{2}$

$= 15$

Atau $\dfrac{6!}{4!.\,2!} = \dfrac{6 \times 5 \times \cancel{4!}}{\cancel{(4!)}(2 \times 1)}$

$= \dfrac{6 \times 5}{2 \times 1}$

$= 15$

PERMUTASI

- Permutasi adalah proses pencacahan yang memperhatikan urutan atau formasi. Sebagai contoh diketahui himpunan P = {a, b, c, d}. Jika anggota himpunan P tersebut disusun dua-dua maka diperoleh himpunan yang anggotanya sebanyak 12 buah, yakni {ab, ac, ad, ba, bc, bd, ca, cb, cd, da, db, dc}. Banyaknya anggota himpunan ini dapat pula ditentukan dengan aturan permutasi, yakni :
- Jika n objek berlainan disusun r objek maka banyak susunannya dapat ditentukan dengan rumus :

$$_{n}P_{r} = \frac{n!}{(n-r)!}$$

$n = 4$
$r = 2$

$$P = \frac{n!}{(n-r)!} = \frac{4!}{(4-2)!}$$

$$= \frac{4 \times 3 \times \cancel{2 \times 1}}{\cancel{2 \times 1}} = 12$$

$$\frac{4!}{(4-2)!} = \frac{4!}{2!} = \frac{4 \times 3 \times \cancel{2 \times 1}}{\cancel{2 \times 1}}$$

$$= 12$$

$$_{n}P_{r} = \frac{n!}{(n-r)!}$$

Untuk soal diatas banyaknya anggota himpunan P adalah n = 4 dan disusun dua-dua berarti r = 2, sehingga :

$$ {}_4P_2 = \frac{4!}{(4-2)!} = \frac{4!}{2!} = 12 \text{ buah} $$

Jika yang disusun adalah seluruh anggota himpunan (n = r) maka banyaknya susunan dapat ditentukan dengan rumus :

$$ {}_nP_n = \frac{n!}{(n-n)!} = \frac{n!}{0!} = n! $$

$$ \boxed{P_n = n!} $$

Sebagai contoh empat buah roti yang berlainan akan disusun satu baris diatas meja, maka banyaknya susunan dapat ditententukan dengan cara :

$$ P_4 = 4! = 24 \text{ cara} $$

(4) $4 \times 3 \times 2 \times 1$

Jika diantara objek yang disusun ada objek-objek yang sama, maka banyaknya formasi susunan dapat ditentukan dengan aturan :

$$P_n = \frac{n!}{n_1!.n_2!.n_3! \ldots . n_k!}$$

Dimana n_1 , n_2 , n_3 , … , n_k adalah banyaknya masing-masing unsur yang sama.

Sebagai contoh banyaknya cara menyusun enam huruf dari huruf-huruf pada kata PANGAN adalah

PANGAN

$$_6P = \frac{6!}{2!.2!} = \frac{6.5.4.3.\cancel{2.1}}{\cancel{2.1}.2.1} = 180$$

3

$$\frac{360}{2} = 180$$

Sedangkan n objek berlainan disusun r objek dimana objek-objek tersebut boleh muncul berulang, maka banyaknya susunan yang dapat dibentuk dapat ditentukan dengan rumus

$$_nP_r = n^r$$

Sebagai contoh dari anggota himpunan A = {p, q} disusun 6 objek dimana objek-objek tersebut boleh muncul berulang. Maka banyaknya susunan seluruhnya adalah …

$n^r = 2^6 = 32$

$$_2P_6 = 2^6 = 32 \text{ susunan}$$

Jika n objek disusun n objek seluaruhnya, dimana formasi susunan dibuat melingkar (siklis) maka banyak susunan yang dapat dibentuk adalah

$$P_n = (n - 1)\,!$$

Sebagai contoh enam tangkai bunga yang berlainan disusun melingkar diatas meja, maka banyaknya cara menyusunnya adalah :

$$P_6 = (6 - 1)! = 5! = 120$$

$5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$

SOAL

1. Tentukanlah banyaknya susunan tiga huruf dari huruf-huruf pada himpunan {a, b, c, d} dengan memperhatikan urutannya.

2. Empat orang lelaki dan dua orang wanita berdiri membentuk satu barisan. Tentukanlah banyaknya susunan barisan yang dapat mereka bentuk jika :
   a) Lelaki dan wanita boleh bercampur
   b) Lelaki dan wanita tidak boleh bercampur

a) $6! = 720$

b) $4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1$
$= 24$

$2! = 2 \times 1 = 2$

KOMBINASI

- Kombinasi adalah pencacahan yang tidak memperhatikan urutan objek-objeknya. Jika suatu himpunan dengan n buah anggota (objek) akan disusun r objek tanpa memperhatikan urutannya, maka banyaknya susunan tersebut dirumuskan :

$$ {}_nC_r = \frac{n!}{r!.(n-r)!} $$

Sebagai contoh akan dihitung banyaknya susunan dua huruf dari huruf-huruf pada himpunan {a, b, c, d} tanpa memperhatikan urutannya

$$ \left.\begin{array}{lll} ab & ac & ad \\ bc & bd & \\ cd & & \end{array}\right\} \text{6 susunan} $$

Jika masalah di atas diselesaikan dengan rumus, akan diperoleh: n = 4 dan r = 2

sehingga $_nC_r = \dfrac{n!}{r!.(n-r)!}$

$$= \frac{4!}{2!.(4-2)!}$$

$$= \frac{4!}{2!.2!}$$

$$= \frac{\overset{2}{\cancel{4}} \times 3 \times \cancel{2 \times 1}}{\cancel{2 \times 1} \times \cancel{2} \times 1}$$

= 6

CONTOH SOAL

01. Diketahui himpunan A = {p, q, r, s, t}. Berapa banyaknya cara mengambil dua huruf dari huruf-huruf pada himpunan A jika urutannya tidak diperhatikan ?

Jawab

Diketahui n = 5 dan r = 2

Maka : $_{n}C_{r} = \dfrac{n!}{r!.(n-r)!}$

$$_{5}C_{2} = \frac{5!}{2!.(5-2)!}$$

$$= \frac{5!}{2!.3!}$$

$$= \frac{5 \times 4 \times \cancel{3!}}{2 \times 1 \times \cancel{3!}} \rightarrow \frac{20}{2} = 10$$

= 10 susunan

SOAL

1. Dari 20 orang anggota English Club SMAN "Maju Jaya" yang terdiri dari 10 pria dan 10 wanita akan dipilih tim yang terdiri dari 4 pria dan 2 wanita untuk mengikuti lomba debat bahasa Inggris mewakili sekolah mereka.

Tentukanlah banyaknya cara pemilihan tersebut !

Pria : $n = 10 \quad r = 4 : \dfrac{10!}{4!(10-4)!} = \dfrac{10!}{4!\,6!} = \dfrac{10 \times 9 \times 8 \times 7 \times \cancel{6!}}{4!\,\cancel{6!}} = 210$

Wanita = $n = 10 \quad r = 2 \quad = \dfrac{10!}{2!(10-2)!} = \dfrac{10!}{2!\,8!} = \dfrac{10 \times 9 \times \cancel{8!}}{2! \times \cancel{8!}} = 45$

Banyak cara = $210 \times 45 = 9450$ cara

3. Dalam sebuah keranjang terdapat 6 kelereng hitam dan 4 kelereng putih. Jika diambil 5 kelereng dari dalam keranjang tersebut, tentukanlah banyaknya kejadian terambilnya 3 kelereng hitam dan 2 kelereng putih!

Jawab

K. Hitam : n = 6 dan r = 3 maka $\quad {}_6C_3 = \dfrac{6!}{3!.3!} = \dfrac{\overset{2}{\cancel{6}} \times 5 \times \overset{2}{\cancel{4}} \times \cancel{3!}}{\cancel{3} \times \cancel{2} \times 1 \times \cancel{3!}} = 20$

$\dfrac{6!}{3!(6-3)!}$

K. Merah : n = 4 dan r = 2 maka $\quad {}_4C_2 = \dfrac{4!}{2!.2!} = \dfrac{\overset{2}{\cancel{4}} \times 3 \times \cancel{2!}}{\cancel{2} \times 1 \times \cancel{2!}} = 6$

Jadi banyaknya cara pemilihan tersebut = 20 x 6 = 120 cara

Dengan menggunakan aturan kombinasi, uraian bentuk $(a + b)^n$ dapat ditentukan dengan rumus **Binomial Newton**, yaitu :

$$(a+b)^n = \sum_{r=0}^{n} {}_nC_r . a^{n-r} b^r$$

$$\frac{n!}{r!(n-r)!}$$

Untuk lebih jelasnya akan diuraikan dalam contoh soal berikut ini :

07. Uraikanlah bentuk $(a + 2)^4$ $n = 4$

Jawab

$$(a+2)^4 = \underset{r=0}{\overset{n=4}{{}_4C_0}}.a^4.2^0 + \underset{r=1}{\overset{n=4}{{}_4C_1}}.a^{4-1}.2^{0+1} + \underset{r=2}{\overset{n=4}{{}_4C_2}}.a^{4-2}.2^{0+2} + \underset{r=3}{\overset{n=4}{{}_4C_3}}.a^{4-3}.2^{0+3} + \underset{r=4}{\overset{n=4}{{}_4C_4}}.a^{4-4}.2^{0+4}$$

$$= (1).a^4.2^0 + (4).a^3.2^1 + (6).a^2.2^2 + (4).a^1.2^3 + (1).a^0.2^4$$

$$\frac{4!}{4!(4-4)!} = \frac{\cancel{4!}}{\cancel{4!}\,0!} = 1$$

$$= (1).a^4.(1) + (4).a^3.(2) + (6).a^2.(4) + (4).a^1.(8) + (1).a^0.(16)$$

$$= a^4 + 8.a^3 + 24.a^2 + 32.a + 16$$

Sedangkan suku ke-p dari penguraian bentuk (a + b)^n dapat ditentukan dengan rumus

$$C^{n}_{p-1}\ a^{n-p+1}\, b^{p-1}$$

Tentukanlah suku ke 4 dari uraian bentuk (a + b)^8

Jawab

(a + b)^8 Maka n = 8

Suku ke 4 maka p = 4

Sehingga $C^{n}_{p-1}\ a^{n-p+1}\, b^{p-1} = C^{8}_{4-1}\ a^{8-4+1}\, b^{4-1}$

$$= C^{8}_{3}\ a^{5}\, b^{3}$$

$$\frac{8!}{3!\,(8-3)!}$$

4

$$= \frac{8!}{3!.5!}\ a^{5}\, b^{3}$$

$$= \frac{\overset{4}{\cancel{8}} \times 7 \times \overset{2}{\cancel{6}} \times \cancel{5!}}{\cancel{3} \times \cancel{2} \times 1.\cancel{5!}}\ a^{5}\, b^{3}$$

$$= 56\ a^{5}\, b^{3}$$

Tentukanlah suku ke 6 dari uraian bentuk $(2x - y)^9$

a b b

Jawab

$(2x - y)^9$ Maka $n = 9$

Suku ke 6 maka $p = 6$

Sehingga $C^{n}_{p-1}\ a^{n-p+1}\ b^{p-1} = C^{9}_{6-1}\ (2x)^{9-6+1}\ (-y)^{6-1}$

$$= C^{9}_{5}\ (2x)^4\ (-y)^5$$

$$= -\frac{9!}{5!.4!}\ 2^4\ x^4\ {-y^5}$$

$$= -\frac{9 \times \cancelto{2}{8} \times 7 \times \cancelto{2}{6} \times \cancel{5!}}{\cancel{4} \times \cancel{3} \times \cancel{2} \times 1.\cancel{5!}}\ (16).x^4 y^5$$

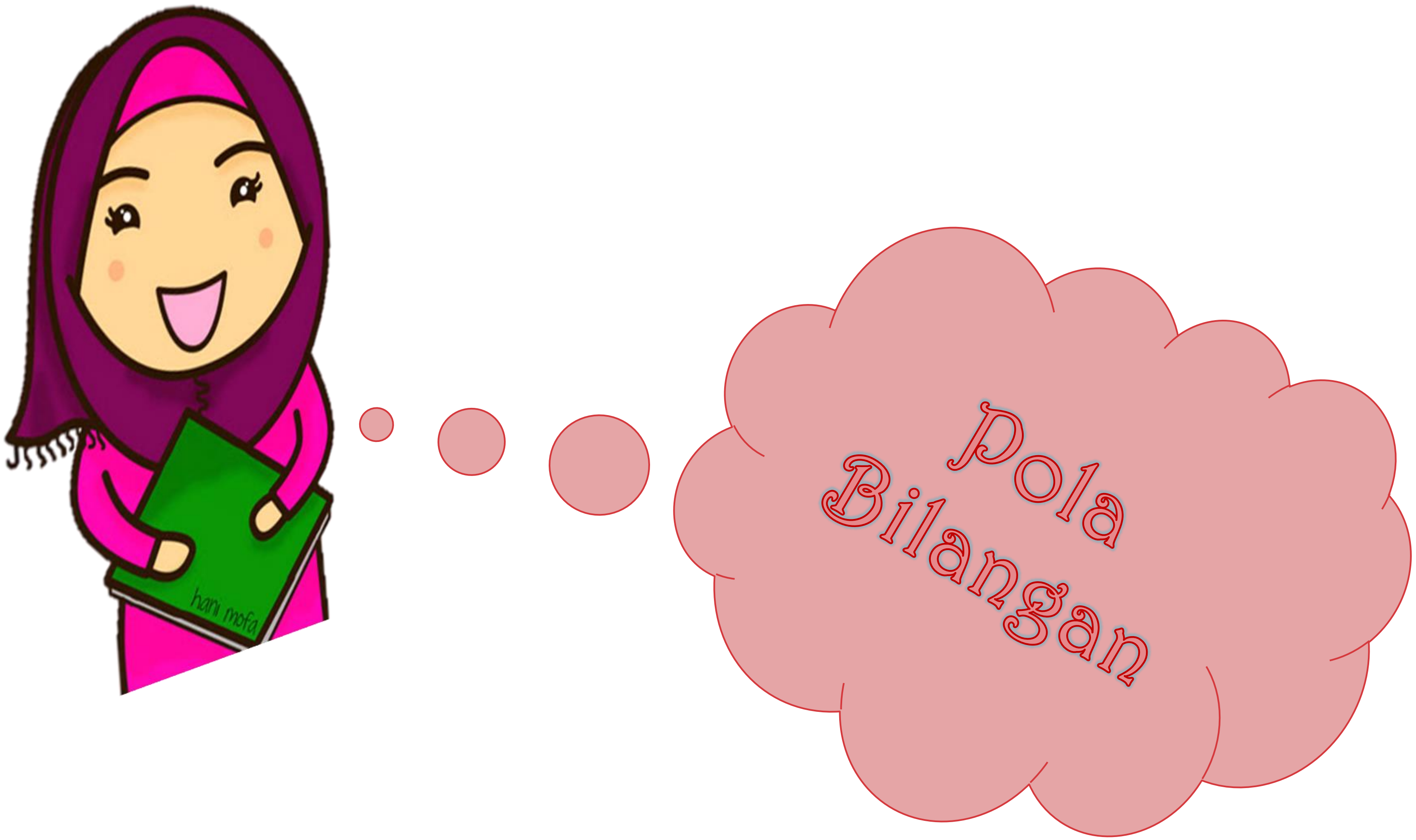
$$= -126.(16)\ x^4 y^5$$

$$= -2016\ x^4\ y^5$$

Hello …

Apakah kalian siap untuk belajar hari ini?

Click here


Pola
Bilangan

01 JANUARI

24 Robiul Akhir 1440 - 25 Jumadil Awwal 1440
23 Bakda Mulud 1952 - 24 Jumadil Awal 1951

Minggu	Senin	Selasa	Rabu	Kamis	Jumat	Sabtu
30	31	1 24 23 LEGI	2 25 24 PAHING	3 26 25 PON	4 27 26 WAGE	5 28 27 KLIWON
6 29 28 LEGI	7 1 29 PAHING	8 2 1 PON	9 3 2 WAGE	10 4 3 KLIWON	11 5 4 LEGI	12 6 5 PAHING
13 7 6 PON	14 8 7 WAGE	15 9 8 KLIWON	16 10 9 LEGI	17 11 10 PAHING	18 12 11 PON	19 13 12 WAGE
20 14 13 KLIWON	21 15 14 LEGI	22 16 15 PAHING	23 17 16 PON	24 18 17 WAGE	25 19 18 KLIWON	26 20 19 LEGI
27 21 20 PAHING	28 22 21 PON	29 23 22 WAGE	30 24 23 KLIWON	31 25 24 LEGI	1	2

1 Januari : Tahun Baru Masehi 2019

Kalender 2019

PERHATIKAN GAMBAR KALENDER DISAMPING...

COBA TULISKAN TANGGAL PADA HARI SELASA DAN KAMIS

Selasa : 1, 8, 15, 22, 29
Kamis : 3, 10, 17, 24, 31

Bilangan-bilangan yang terbentuk pada hari selasa membentuk sebuah pola, yaitu bilangan berikutnya lebih 7 dari bilangan sebelumnya.

Bentuk penulisan setiap bilangan menggunakan tanda "," seperti 1, 8, 15, 22, 29 selanjutnya disebut **barisan bilangan**.

Bentuk penulisan setiap bilangan menggunakan tanda "+" disebut **deret bilangan.**

Ada l
setiap

Perhatikan setiap pola bilangan yang kamu dapat!

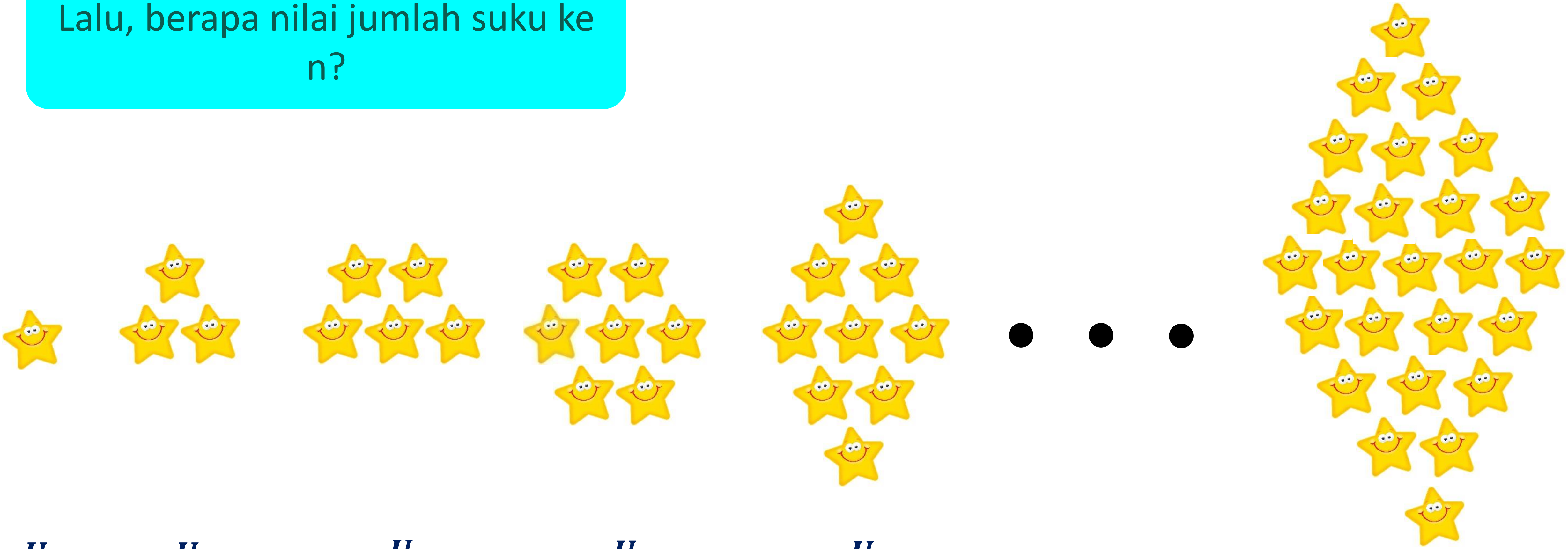
Perhatikan ilustrasi berikut!

Pola bilangan apakah itu?

1 3 5 7 9 n

Iya! Benar sekali, pola bilangan tersebut adalah pola bilangan "Ganjil"

Lalu, berapa nilai jumlah suku ke n?



U_1	U_2	U_3	U_4	U_5	U_n
1	3	5	7	9	n

2 2 2 2

U_1 U_2 U_3 U_4 U_5

1 3 5 7 9

2 2 2 2

$1 = 2 \times 1 - 1$

$3 = 2 \times 2 - 1$

$5 = 2 \times 3 - 1$

$7 = 2 \times 4 - 1$

$9 = 2 \times 5 - 1$

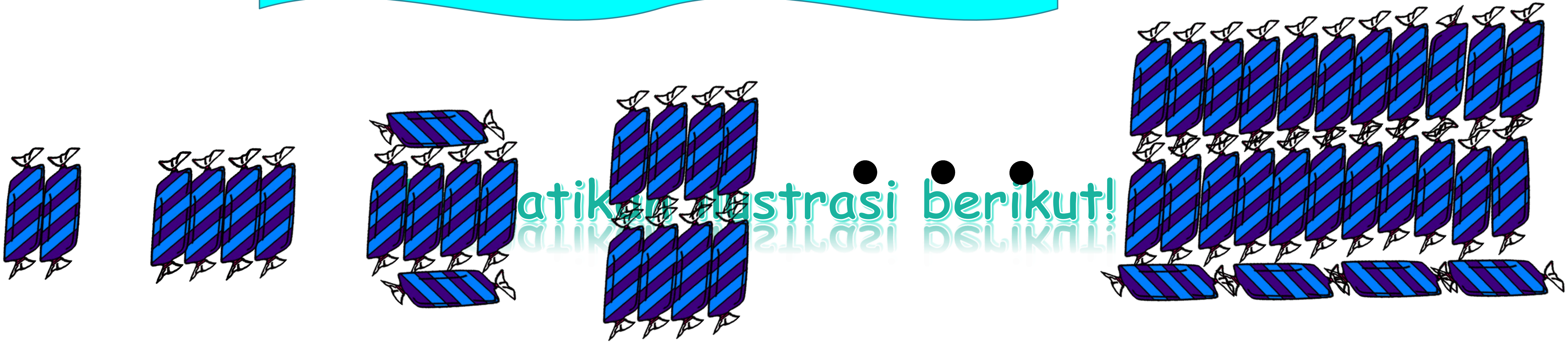
Jadi, rumus yang digunakan dalam mencari pola bilangan ganjil adalah

$$U_n = 2 \times n - 1$$

$U_{15} = 2 \times 15 - 1$

$= 29$

Perhatikan setiap pola bilangan yang kamu dapat!

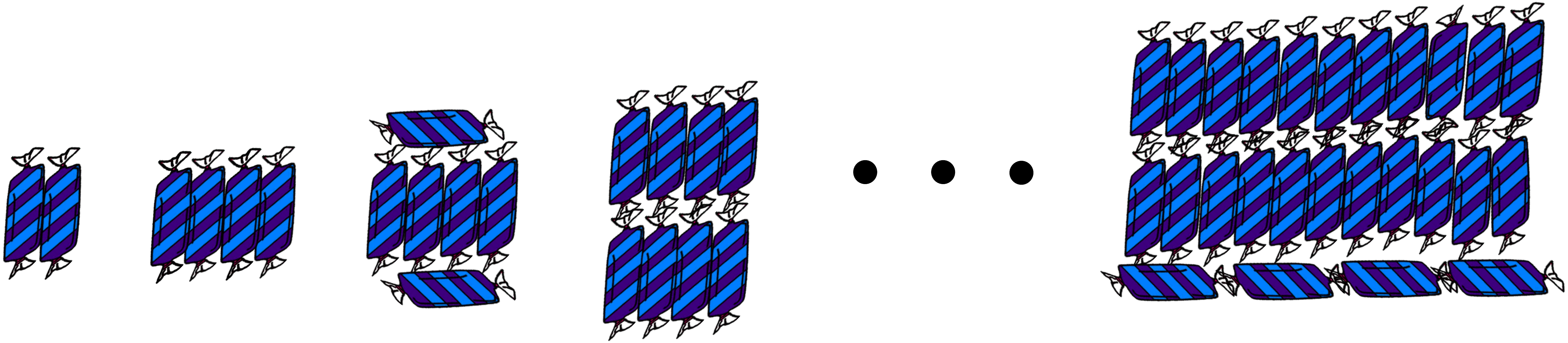


Pola bilangan apakah itu?

2 4 6 8 n

Iya! Benar sekali, pola bilangan tersebut adalah pola bilangan "Genap"

Lalu, berapa nilai jumlah suku ke n?



U_1	U_2	U_3	U_4	U_n
2	4	6	8	n

2 2 2

U_1	U_2	U_3	U_4
2	4	6	8

2 2 2

$2 = 2 \times 1$

$4 = 2 \times 2$

$6 = 2 \times 3$

$8 = 2 \times 4$

Jadi, rumus yang digunakan dalam mencari pola bilangan genap adalah

$U_n = 2 \times n$

Mudah kan teman ???

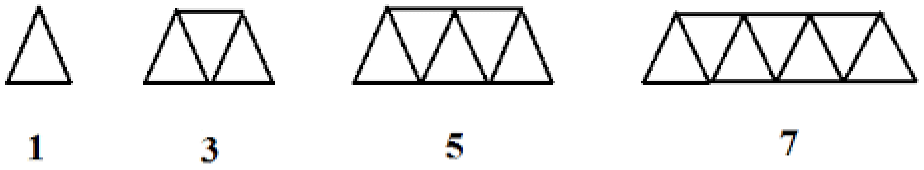
$U_{11} = 2n$
$= 2.11$
$= 22$

Latihan!

$U_{11} = 2.n$
$= 2.11$
$= 22$

1. **Tentukan nilai suku ke 11 pada pola bilangan genap?**
2. 1 , 3 , 5 , 7 , . . . , ke 10 Berapakah pola bilangan ganjil ke 10 ?

   $U_{10} = 2n - 1 = 2.10 - 1 = 20 - 1 = 19$
3. 2 , 4 , 6 , 8 , 10, . . . ke 15 .berapakah pola bilangan genap ke 15 ...
4. 1 , 3 , 5 , 7 , . . . , ke 12. Berapakah pola bilangan ganjil ke 12 ?



Juli 2020

Bentuk Pola Bilangan

Venni Herli Sundi

Pola Bilangan Segitiga

$$U_n = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$U_{12} = \frac{12(12+1)}{2} = \frac{\cancel{12}^{\,6}(13)}{\cancel{2}} = 78$$

Contoh

Pola bilangan segitiga: 1, 3, 6, 10, 15, 21, 28, 36, 55, ...

Soal:

Dari suatu barisan bilangan 1 , 3 , 6 , 10 , 15 , 21 , 28, ... ke 12Berapakah pola bilangan Segitiga ke 12?

jawab :Un = ½ n (n + 1)

U12 = ½ 12 (12 + 1)= 6 x 13= 78

Maka pola bilangan Segitiga ke 12 adalah 78

Pola Bilangan Persegi

Contoh

Bilangan-bilangan pola persegi, yaitu 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, …

Soal

Dari pola bilangan persegi yang terdiri atas barisan bilangan: 1 , 2 , 9 , 16 , 25 , ... ,ke 15 . Hitunglah jumlah pola bilangan ke 15 dalam pola bilangan persegi ?

Jawab :

$U_n = n^2$

$U15 = 15^2 \quad = 225$

$U_{15} = n^2$

$= 15^2$

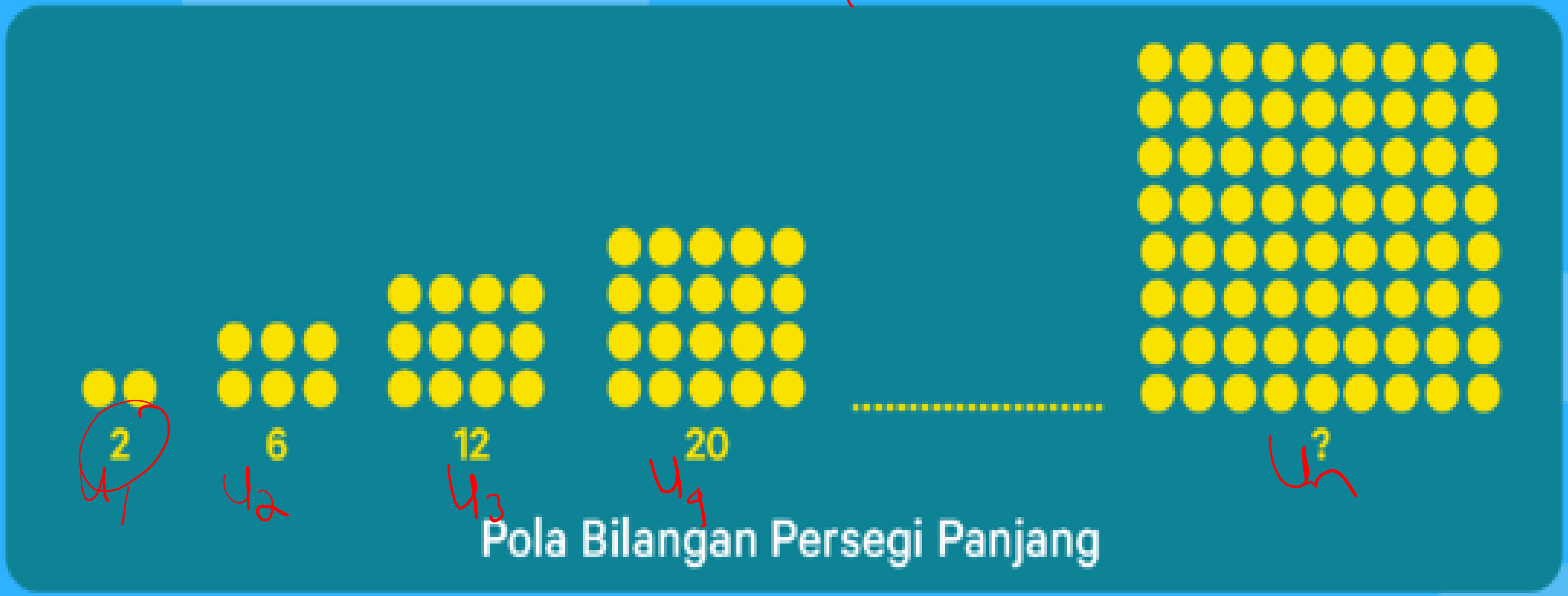
$= 225$

Pola Bilangan Persegi Panjang

Rumus dan Gambar Pola Bilangan Persegi Panjang

Rumus = n.(n+1)

2(2+1)



n = suku ke-n (suku ke berapa yang ingin dicari)

Contoh

Pola persegi panjang terdiri atas bilangan yang diawali bilangan dengan nominal **2 , 6 , 12 , 20 , 30 , . . .**

Soal:

Sebuah barisan bilangan yakni 2 , 6 , 12 , 20 , 30 , ... , ke 10 . Hitunglah berapakah pola bilangan persegi ke 15 ?

Jawab :

Un = n (n+ 1)

U15 = 15 .(15 + 1)

U15 = 15 . 16 = 240

Pola Bilangan Pascal

$U_{20} = 2^{n-1}$

$= 2^{20-1}$

$= 2^{19}$

$= 2$ //

Segitiga Pascal		Jumlah		
1	→	1	=	$1 = 2^0$
1 1	→	1 + 1	=	$2 = 2^1$
1 2 1	→	1 + 2 + 1	=	$4 = 2^2$
1 3 3 1	→	1 + 3 + 3 + 1	=	$8 = 2^3$
1 4 6 4 1	→	1 + 4 + 6 + 4 + 1	=	$16 = 2^4$
1 5 10 10 5 1				
-------------------------------	→	Baris ke-n	=	$\boxed{2^{n-1}}$

Contoh

Pola bilangan pascal: 1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, ...

Soal:
Kamu ingin mencari suku ke 10, kamu bisa langsung masukkan ke dalam rumusnya saja. Jadi, $2^{10-1} = 2^9 = 512$.

$U_{10} = 2^{n-1} = 2^{10-1} = 2^9 = 512$

BARISAN & DERET ARITMATIKA

Venni Herli Sundi, M.Pd
SMP Lab School FIP UMJ

Barisan Aritmatika

Adalah barisan yang memiliki beda atau selisih tetap antara dua suku yang berurutan

Contoh:

Dari barisan di bawah ini, manakah yang termasuk barisan aritmatika.

+5 +5 +5 +5

a. 1 , 6, 11, 16, 21, . . .

b. 40, 37, 34, 31, 29, . . . x

c. 3, 6, 12, 24, 48, . . .

x2 x2

Jawab:

a. 1, 6, 11, 16, 21, . . . merupakan ***barisan aritmatika*** sebab beda antara suku-suku yang berurutannya tetap, yaitu beda(b) = 6 – 1 = 11 – 6 = . . . = 5

-3 -3 -3

b. 40, 37, 34, 31, 29, . . . merupakan ***barisan aritmatika*** sebab beda antara suku-suku yang berurutannya tetap, yaitu beda(b) = 37 – 40 = 34 – 37 = . . . = -3

3 6 12

c. 3, 6, 12, 24, 48, . . .***bukan merupakan barisan aritmatika*** sebab beda antara suku-suku yang berurutan tidak tetap, yaitu 6 – 3 ≠ 12 – 6 ≠ 24 – 12 ≠ . . .

Rumus suku ke-n :

$$Un = a + (n-1)\,b$$

Un = suku ke-n
a = suku pertama
b = beda

Contoh:

a. Tentukan rumus suku ke-n dan suku ke-100 dari barisan 1 , 7, 13, 19, 25, . . .

b. Suatu barisan aritmatika diketahui $U_2 = 6$ dan $U_5 = 18$. Tentukan U_7

a) $U_n = a + (n-1)b$

$U_{100} = 1 + (100-1) \cdot 6$

$= 1 + 99 \cdot 6$

$= 595$

Jawab:

a. 1, 7, 13, 19, 25, . . . merupakan barisan aritmatika dengan beda tiap suku yang berurutannya: $b = 6$ dan suku pertama: $a = 1$ maka,

$U_n = a + (n - 1)b$

$U_n = 1 + (n - 1)6 = 1 + (6n-6)$

$U_n = 6n - 5$

Suku ke-100: $U_{100} = 6 \cdot 100 - 5 = 595$

b. Diketahui:

$U_2 = 6$ maka $a + b = 6$

$U_5 = 18$ maka $a + 4b = 18$

$-3b = -12$

$b = 4$

$b = \frac{-12}{-3} = 4$

$a + (n-1)b$

$= a + (5-1)b$

$= a + 4b$

$a + b = 6$

$a + 4 = 6$

$a = 6-4$

$a = 2$

$U_7 = a + 6b$

$= 2 + 6.4$

$= 2 + 24$

$= 26$

$a + (n-1)b$

$a + (7-1)4$

$a + 6 4$

Jadi $U_7 = 26$

Soal !!!!

Tentukan rumus suku ke-n dan suku ke-100 dari barisan di bawah ini:

a. 3, 9, 15, 21, 27, . . .
b. 2, 4, 6, 8, 10, ...
c. 1, 4, 7, 10, 13, ...
d. 9, 7, 5, 3, 1, . . .

Jawab

- a. 3, 9, 15, 21, 27, . . .
- a = 3 b = 6
- Un= a+ (n-1)b
- U100 = 3 + (100-1) 6
- U100 = 3 +(99)6
- U100 = 3 + 594
- U100 = 597

Deret Aritmatika

Nama lain deret aritmatika adalah deret hitung atau deret tambah. Jika suku-suku dari suatu barisan aritmatika dijumlahkan, maka akan terbentuk deret aritmatika.

Sebagai contoh deret yang terbentuk dari barisan aritmatika: 1, 5, 9, 13, . . . adalah deret: 1 + 5 + 9 + 13 + ...

Rumus Deret Aritmatika

- $Sn = \frac{n}{2}(a+Un)$ atau

$Sn= \frac{n}{2}(2a+(n-1)b)$

Dengan :

Sn = Jumlah n suku yang pertama

a = Sukupertama

b = Beda

Contoh

1. Tentukanlah rumus deret aritmetika berikut

   dan tentukan pula jumlah 10 suku pertamanya.

   a. $5 + 10 + 15 + 20 + \ldots$

   b. $50 + 40 + 30 + \ldots$

Jawaban…

1. a.) $5 + 10 + 15 + 20 + \ldots$

$\Leftrightarrow a = 5$

$\Leftrightarrow b = 10 - 5 = 5$

$$Sn = n/2\,[2a + (n-1)b]$$

S_{10}

$$= 10/2\ [2 \cdot 5 + (10 - 1)5]$$

$$= 5\ [10 + (9)5]$$

$$= 5\,[10 + 45] = 5 \cdot 55 = 275$$

b.) $50 + 40 + 30 + \ldots$

$\Leftrightarrow a = 50$

$\Leftrightarrow b = 40 - 50 = -10$

$Sn = n/2\,[2a + (n - 1)b]$

$= 10/2\,[2 \cdot 50 + (10 - 1)\,(-10)]$

$= 5\,[100 + (9)(-10)]$

$= 5\,[100 + (-90)] = 5\,[10] = 50$

Soal !!!

1. Diketahui barisan bilangan 2, 4, 6, ..., 100
   a. Tuliskan deret 3 bilangan pertama
   b. Hitunglah jumlahnya

2. Tentukanlah jumlah 50 buah bilangan asli yang pertama!

3. Tentukanlah rumus deret aritmetika berikut dan tentukan pula jumlah 10 suku pertamanya.
   a. 6 + 11 + 16 + 21 + ...
   b. 4 + 8 + 12 + 16 + ...
   c. 75 + 65 + 55 + ...

1) $2, 4, 6, \ldots 10$

$a = 2$

$b = 2$

$$S_n = \frac{n}{2}(2a(n-1)b$$

$$S_3 = \frac{3}{2}(2.2(3-1))2$$

$$= \frac{3}{\cancel{2}}(4(2))\cancel{2}$$

$$= 3.8 = 24$$

$$U_3 = a+(n-1)b$$

$$= 2+(3-1).2$$

$$= 2+(2).2$$

$$= 2+4 = 6$$

//

Jawab

3. a. $6 + 11 + 16 + 21 + \ldots$

$a = 6 \quad b = 5$

$Sn = n/2\,(2a+(n-1)b)$

$S10 = 10/2\,(\,2.6 + (10-1)5)$

$S10 = 5(12 + (9).5)$

$S10 = 5\,(12 + 45)$

$S10 = 5(57)$

$S10 = 285$

PR !!!

Hitunglah jumlah bilangan berikut.

a. $3 + 6 + 9 + 12 + \ldots + 42$

b. $(-12) + (-7) + (-2) + \ldots + 78$

c. $(-2) + 5 + 12 + \ldots + 145$

3 + 6 + 9 + 12 + ... + 42

Sn = n/2 (2a+(n-1)b)

$$Un = a+(n-1)b$$

$$42 = 3+(n-1)3$$

$$= \cancel{3}+(3n-\cancel{3})$$

$$42 = 3n$$

$$n = \frac{42}{3} = 14$$

$$Sn = \frac{n}{2}(2a+(n-1)b)$$

$$= \frac{14}{2}(2.3+(14-1)3)$$

$$= 7(6+(13.3))$$

$$= 7(6+39)$$

$$= 7(45)$$

$$=$$

BARISAN DAN DERET GEOMETRI

BARISAN GEOMETRI

BARISAN GEOMETRI

Barisan Geometri
adalah susunan bilangan yang dibentuk menurut urutan tertentu, di mana susunan bilangan di antara dua suku yang berurutan mempunyai rasio yang tetap.
(dilambangkan dengan huruf r).

BARISAN GEOMETRI

Jika a_1 adalah suku pertama dan r adalah rasio yang tetap, maka suku ke 2 dan seterusnya adalah

$a_2 = a_1 r$

$a_3 = a_2 r = a_1 r^2$

$a_4 = a_3 r = a_1 r^3$

.

.

$a_n = a_{n-1} r = a_1 r^{n-1}$

lanjutan

Sehingga bentuk umum dari barisan geometri untuk suku ke-n adalah

$$\boxed{U_n = ar^{n-1}}$$

Di mana U_n = suku ke – n
a = suku pertama
r = rasio yang tetap
n = banyaknya suku

Contoh 1

Carilah suku ke - 5 dari barisan geometri di mana suku pertama adalah 4 dan rasionya adalah 2

Jawab:

Diketahui : $a_1 = 4$, $r = 2$, $n=5$

Ditanyakan U_5 = ...?

$U_5 = \boxed{a_1 r^{5-1}} = a_1 r^4 = 4(2)^4 = 4 \times 16 = 64$

ar^{n-1}

$4\,2^{(5-1)}$

$= 4 \cdot 2^4$

$= 4 \cdot 16$

$= 64$

DERET GEOMETRI

DERET GEOMETRI

DERET GEOMETRI adalah jumlah suku-suku atau bilangan – bilangan dalam suatu barisan geometri

Bentuk deret geometri adalah :

$$S_n = a_1 + a_1 r + a_2 r^2 + \cdots + a_1 r^{n-1}$$

Rumus deret geometri

- Jika r < 1

$$S_n = \frac{a(1-r^n)}{(1-r)}$$

- Jika r > 1

$$S_n = \frac{a(r^n-1)}{(r-1)}$$

Contoh 1

Jumlah 6 suku pertama deret geometri 2 + 6 + 18 + … adalah …

U_3 U_1 U_2

Jawab:

$a = 2$

$r =$

$U_1 = (1)^3$

Diketahui: ***a*** = 2

r = 3

ditanyakan $U_6 = ?$

Jawab:

$$S_n = a\frac{(r^n - 1)}{(r - 1)}$$

$$S_6 = 2\frac{(3^6 - 1)}{(3 - 1)}$$

$$= \cancel{2}\frac{(729 - 1)}{\cancel{2}}$$

$$= 728 \;//$$

Jadi, jumlah 6 suku pertama deret geometri tersebut adalah 728.

Diketahui suku ke-5 dari barisan geometri adalah 243, hasil bagi suku ke-9 dengan suku ke-6 adalah 27. Suku ke-2 dari barisan tersebut adalah …

Diketahui $U_5 = 243$

$$\frac{U_9}{U_6} = 27$$

Ditanya $U_2 = ?$

Jawab:

Sebelum kita mencari nilai dari U_2, kita akan mencari nilai ***a*** dan ***r*** terlebih dahulu.

Ingat kembali $U_n = ar^{n-1}$ maka

$$\frac{\cancel{a}.r^8}{\cancel{a}.r^5} = 27$$

$r^3 = 27$

$r = \sqrt[3]{27}$

$r = 3$

$\frac{r^8}{r^5} = r^{8-5} = 27$

$r^3 = 27$

$r = \sqrt[3]{27}$

$R = r$

Substitusikan ***r*** = 3 ke persamaan $U_5 = 243$

$$U_5 = 243$$

$$a.3^4 = 243$$

$$a = \frac{243}{81}$$

$$a = 3$$

sehingga

$$U_2 = a.r$$

$$= 3.3$$

= 9

Jadi, suku ke-2 dari barisan tersebut adalah 9.

Soal-soal

1. Carilah jumlah dari 6 suku pertama pada setiap barisan berikut ini:

a. 2, 10,50, 250, ... c. 6, 3, ...

b. 3, 9, 27, 81 d. 16,8, 4, 2, ...

1

$a = 2$

$r = 5$

$\cancel{S_n = a r^{n-1}}$

$S_n = \dfrac{a(r^n - 1)}{(r-1)}$

$S_6 = \dfrac{2(5^6 - 1)}{5-1}$

$S_6 = \dfrac{2(15625 - 1)}{5-1}$

$= \dfrac{\cancel{2}(15624)}{\cancel{4}_2} = 7812$

b) $3, 9, 27, 81$

$a = 3$

$r = 3$

$$S_6 = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1}$$

$$= \frac{3(3^6 - 1)}{3 - 1}$$

$$= \frac{3(728)}{2} = 3(364) = 1092$$

TERIMA KASIH

AKAR

Venni Herli Sundi

1. $\sqrt{a^n} = a^{\frac{n}{2}}$
2. $\sqrt[m]{a^n} = a^{\frac{n}{m}}$
3. $\left(\sqrt[m]{a}\right)^n = a^{\frac{n}{m}}$
4. $\sqrt[n]{a^n} = a^{\frac{n}{n}} = 1$

Bilangan bulat berpangkat bilangan pecahan

CONTOH:

$$1.\ (16)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{16} = 4$$

Karena 4^2 = 16

$$2.\ 8^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{8^2} = \left(\sqrt[3]{2^3}\right)^2 = 2^2 = 1$$

$$3. (-16)^{\frac{1}{2}} = tidak\ bisa, karena -16 < 0$$

(1) $\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a}.\sqrt[n]{b}$ *dengan* $a, b \geq 0$

(2) $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[mn]{a}.$ *dengan* $a \geq 0$

(3) $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}.$ *dengan* $a \geq 0$ *dan* $b > 0$

SIFAT-SIFAT PERPANGKATAN DALAM BENTUK AKAR UNTUK M DAN N

Contoh

Sederhanakanlah $\sqrt{72}$ kebentuk akar bentuk sederhana.

$$\sqrt{72} = \sqrt{36 \times 2}$$
$$= \sqrt{36}.\sqrt{2}$$
$$= 6\sqrt{2}$$

Contoh

Sederhanakanlah: $\sqrt[3]{\sqrt[5]{4x}}$

Jawab.

$$\sqrt[3]{\sqrt[5]{4x}} = \sqrt[3.5]{4x} = \sqrt[15]{4x}$$

...

d. Mereduksi Induk Sebuah Akar

Ingat $a^{\frac{m}{n}} . b^{\frac{p}{n}} = \sqrt[n]{a^m . b^p}$

Contoh 1.

Sederhanakanlah $\sqrt[6]{4x^2}$

Jawab.

$$\sqrt[6]{4x^2} = 2^{\frac{2}{6}} . x^{\frac{2}{6}} = 2^{\frac{1}{3}} . x^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{2x}$$

Operasi Bentuk Akar

Ingat

$$(i)\ b\sqrt[m]{a}+c\sqrt[m]{a}=(b+c)\sqrt[m]{a}$$

$$(ii)\ b\sqrt[m]{a}-c\sqrt[m]{a}=(b-c)\sqrt[m]{a}$$

Contoh 1.

Hitunglah : $4\sqrt{8} + 5\sqrt{18}.$

Jawab.

$$4\sqrt{8} + 5\sqrt{18} =$$

$$4\sqrt{4.2} + 5\sqrt{9.2} =$$

$$4\sqrt{2^2.2} + 5\sqrt{3^2.2} =$$

$$= 4.2\sqrt{2} + 5.3\sqrt{2}$$

$$= 8\sqrt{2} + 15\sqrt{2}$$

$$= (8 + 15)\sqrt{2}$$

$$= 23\sqrt{2}$$

CONTOH

Bentuk Pecahan

$$1. \, Pecahan\, Bentuk \; \frac{a}{\sqrt{b}}$$

$$2. \, Pecahan\, Bentuk \; \frac{a}{b-\sqrt{c}} \; dan \; \frac{a}{b+\sqrt{c}}$$

$$3. \; Pecahan \; Bentuk \; \frac{a}{\sqrt{b}+\sqrt{c}} \, atau \; \frac{a}{\sqrt{b}-\sqrt{c}}$$

Merasionalkan Bentuk Akar

Rasionalkan bentuk-bentuk akar berikut.

a. $\dfrac{4}{\sqrt{3}}$

b. $\dfrac{5\sqrt{5}}{3\sqrt{6}}$

Penyelesaian:

a. $\dfrac{4}{\sqrt{3}} = \dfrac{4}{\sqrt{3}} \times \dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \dfrac{4\sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \dfrac{4\sqrt{3}}{\sqrt{9}} = \dfrac{4\sqrt{3}}{\sqrt{9}} = \dfrac{4}{3}\sqrt{3}$

b. $\dfrac{5\sqrt{5}}{3\sqrt{6}} = \dfrac{5\sqrt{5}}{3\sqrt{6}} \times \dfrac{\sqrt{6}}{\sqrt{6}} = \dfrac{5\sqrt{5} \times \sqrt{6}}{3\sqrt{6} \times \sqrt{6}} = \dfrac{5\sqrt{5 \times 6}}{3\sqrt{6 \times 6}} = \dfrac{5\sqrt{30}}{3(6)} = \dfrac{5}{18}\sqrt{30}$

CONTOH

CONTOH

Rasionalkan bentuk-bentuk akar berikut.

a. $\dfrac{7}{\sqrt{5}+9}$

b. $\dfrac{3}{3-\sqrt{3}}$

Penyelesaian:

a. $\dfrac{7}{\sqrt{5}+9} = \dfrac{7}{\sqrt{5}+9} \times \dfrac{\sqrt{5}-9}{\sqrt{5}-9} = \dfrac{7(\sqrt{5}-9)}{(\sqrt{5})^2-9^2} = \dfrac{7(\sqrt{5}-9)}{5-81} = \dfrac{7(\sqrt{5}-9)}{-76} = -\dfrac{7}{6}(\sqrt{5}-9)$

b. $\dfrac{3}{3-\sqrt{3}} = \dfrac{3}{3-\sqrt{3}} \times \dfrac{3+\sqrt{3}}{3+\sqrt{3}} = \dfrac{3(3+\sqrt{3})}{3^2-(\sqrt{3})^2} = \dfrac{3(3+\sqrt{3})}{9-3} = \dfrac{3(3+\sqrt{3})}{6} = \dfrac{1}{2}(3+\sqrt{3})$

CONTOH

Rasionalkan bentuk-bentuk akar berikut.

a. $\dfrac{1}{2\sqrt{5}-\sqrt{3}}$

b. $\dfrac{5}{5\sqrt{5}+\sqrt{7}}$

Penyelesaian:

a. $$\frac{1}{2\sqrt{5}-\sqrt{3}}=\frac{1}{2\sqrt{5}-\sqrt{3}}\times\frac{2\sqrt{5}+\sqrt{3}}{2\sqrt{5}+\sqrt{3}}=\frac{2\sqrt{5}+\sqrt{3}}{\left(2\sqrt{5}\right)^2-\left(\sqrt{3}\right)^2}=\frac{2\sqrt{5}+\sqrt{3}}{4(5)-3}=\frac{2\sqrt{5}+\sqrt{3}}{20-3}=\frac{2\sqrt{5}+\sqrt{3}}{17}$$

b. $$\frac{5}{5\sqrt{5}+\sqrt{7}}=\frac{5}{5\sqrt{5}+\sqrt{7}}\times\frac{5\sqrt{5}-\sqrt{7}}{5\sqrt{5}-\sqrt{7}}=\frac{5\left(5\sqrt{5}-\sqrt{7}\right)}{\left(5\sqrt{5}\right)^2-\left(\sqrt{7}\right)^2}=\frac{5\left(5\sqrt{5}-\sqrt{7}\right)}{25(5)-7}=\frac{5\left(5\sqrt{5}-\sqrt{7}\right)}{125-7}$$

$$=\frac{5}{118}\left(5\sqrt{5}-\sqrt{7}\right)$$

Operasi Campuran Bentuk Akar

Selesaikan operasi bilangan berikut!

a. $\sqrt{3} \times 3\sqrt{2} + 5\sqrt{6}$

b. $\left(5 + \sqrt{5}\right)^2$

c. $2\left(\sqrt{36} : \sqrt{9}\right) - \left(2\sqrt{12} : \sqrt{3}\right)$

Rasionalkan penyebut pecahan berikut.

a. $\dfrac{8}{3+\sqrt{5}}$

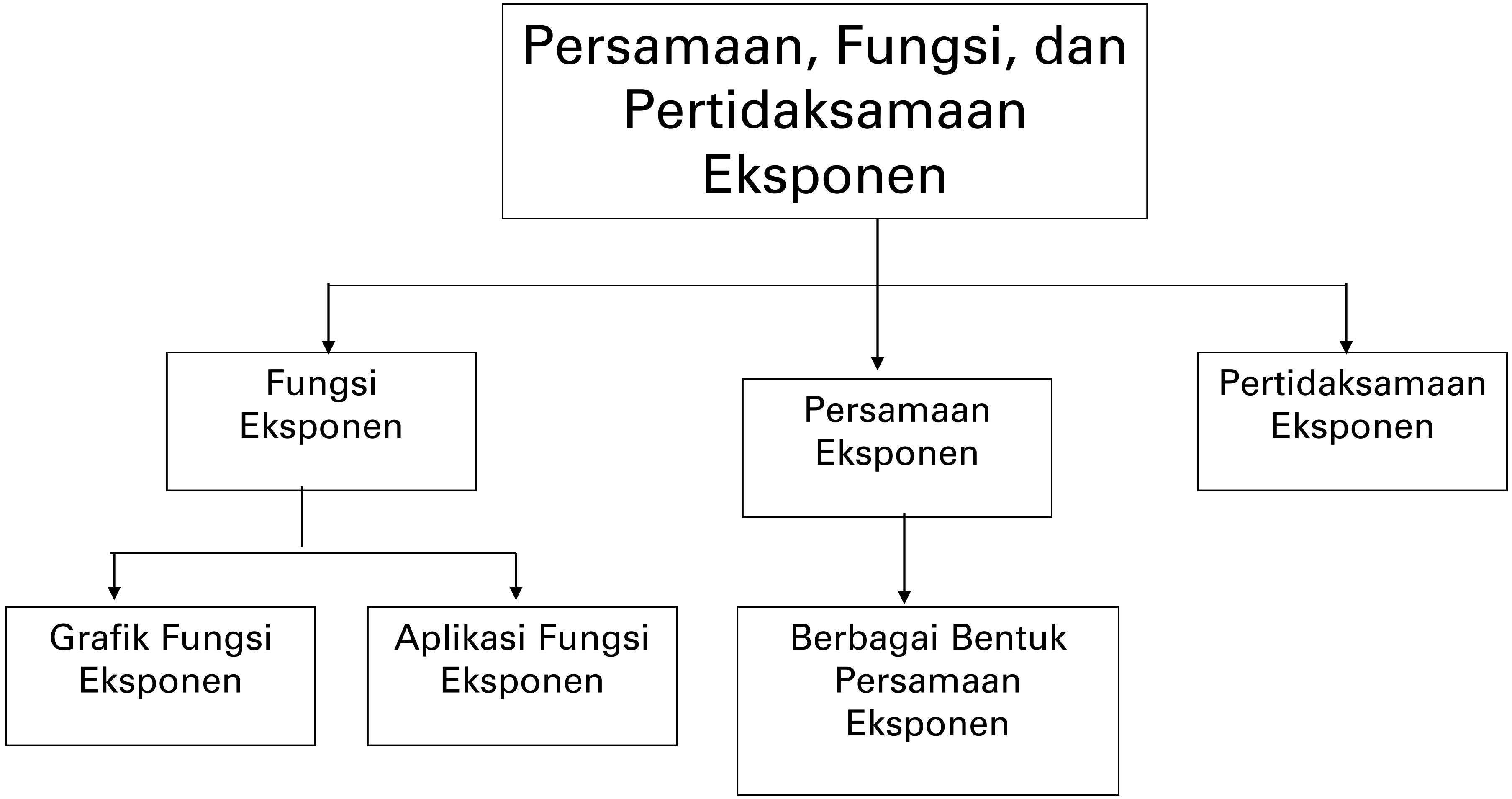
Selesaikan soal berikut!

a. $\dfrac{3}{\sqrt{2} + \sqrt{3}}$

EKSPONEN

VENNI HERLI SUNDI

Peta Konsep



Persamaan, Fungsi, dan Pertidaksamaan Eksponen
Fungsi Eksponen
Persamaan Eksponen
Pertidaksamaan Eksponen
Grafik Fungsi Eksponen
Aplikasi Fungsi Eksponen
Berbagai Bentuk Persamaan Eksponen

Eksponen

Tinjauan Ulang Sifat-Sifat Eksponen

Fungsi Eksponen

Grafik Fungsi Eksponen

Persamaan Eksponen

Pertidaksamaan Eksponen

Tinjauan Ulang Sifat-Sifat Eksponen

Definisi eksponen rasional

$$a^{\frac{m}{n}} = \left(\sqrt[n]{a}\right)^m = \sqrt[n]{a^m}$$

$a \in R$ dan $a > 0$, m bilangan bulat, dan n bilangan asli lebih dari 1

Sifat-sifat eksponen bilangan real

Jika a dan b bilangan real positif, serta x dan y bilangan real, maka berlaku hubungan:

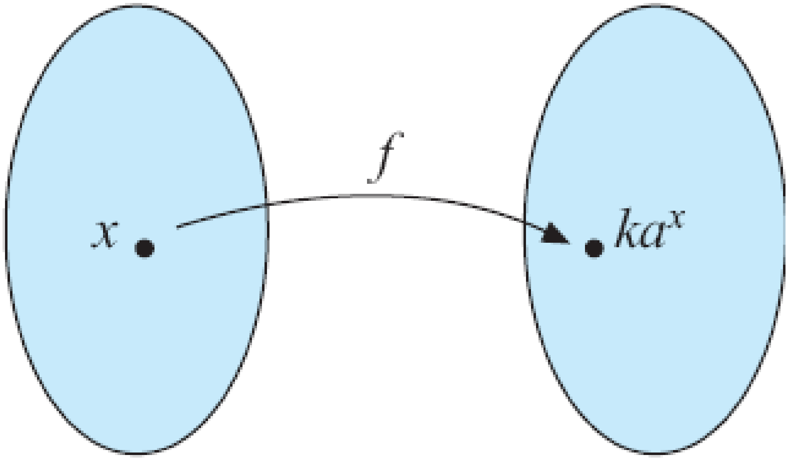
1. $a^x \times a^y = a^{x+y}$
2. $(a \times b)^x = a^x \times b^x$
3. $a^x : a^y = a^{x-y}$
4. $(a : b)^x = a^x : b^x$
5. $(a^x)^y = a^{x \times y}$
6. (i) $a^{-x} = \dfrac{1}{a^x}$

   (ii) $a^x = \dfrac{1}{a^{-x}}$

Fungsi Eksponen

1. Pengertian Fungsi Eksponen

Fungsi eksponen adalah fungsi yang memetakan setiap x anggota himpunan bilangan real dengan tepat satu anggota bilangan real ka^x; k suatu konstanta, a bilangan pokok (basis), $a > 0$ dan $a \neq 1$.



Pada gambar, fungsi f memetakan $x \in R$ ke ka^x atau ditulis $f : x \to ka^x$.

Dapat juga dinyatakan dengan $y = f(x) = ka^x$; x variabel bebas, a bilangan pokok (basis), $a > 0$ dan $a \neq 1$.

Fungsi eksponen dengan bilangan pokok atau basis a adalah fungsi yang mempunyai bentuk umum:

$$f : x \rightarrow a^x \text{ atau } y = f(x) = a^x$$

Hal yang perlu diperhatikan pada fungsi eksponen

[•] $f(x) = a^x$ disebut **rumus** atau **aturan** bagi fungsi eksponen baku atau fungsi eksponen standar.

[•] a disebut **bilangan pokok** atau **basis** bagi fungsi $f(x) = a^x$, dengan ketentuan:

$$a > 0 \text{ dan } a \neq 1 \ (0 < a < 1 \text{ atau } a > 1)$$

[•] Peubah x dinamakan **peubah bebas** atau **variabel bebas** (***independent variable***) dan himpunan dari semua peubah x disebut **daerah asal** atau ***domain*** fungsi f, ditulis: $D_f = \{x \mid x \in \boldsymbol{R}\}$

[•] Peubah y dinamakan **peubah bergantung** atau **variabel tak bebas** (***dependent variable***) dan himpunan dari semua peubah y disebut **daerah hasil** atau **wilayah hasil** atau ***range*** fungsi f, ditulis: $W_f = \{y \mid y > 0 \text{ dan } y \in \boldsymbol{R}\}$

Grafik Fungsi Eksponen

Grafik fungsi eksponen dengan basis $a > 1$

Grafik fungsi eksponen dengan basis $0 < a < 1$

Grafik fungsi eksponen dengan basis $a > 1$

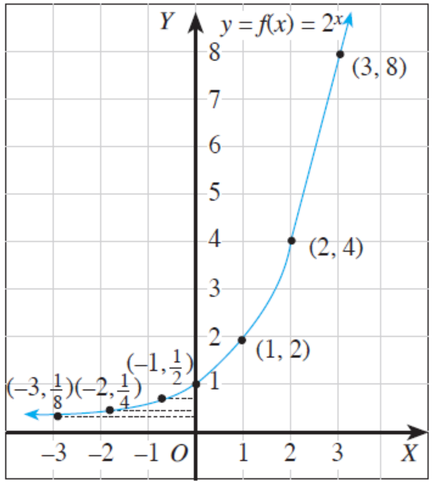
Contoh :

$$y = f(x) = 2^x \ (x \in \mathbf{R})$$

Langkah 1: Buat daftar nilai-nilai *x* dan *y*

x	$\to -\infty$	$\ldots$	-3	-2	-1	0	1	2	3	$\ldots$	$\to \infty$
y	$\to 0$	$\ldots$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	2	4	8	$\ldots$	$\to \infty$

Langkah 2: Gambar grafik



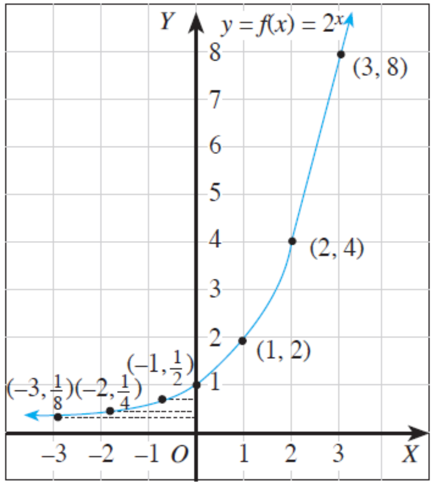
2^x

$2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}$

$2^{-2} = \frac{1}{2^2} = \frac{1}{4}$

$2^1 = 2$

$2^2 = 4$



Grafik fungsi eksponen dengan basis $a > 1$

Sifat-sifat fungsi berdasarkan grafik

1. Fungsi eksponen $y = f(x) = 2^x$ adalah **fungsi monoton naik**
2. Grafik fungsi eksponen $y = f(x) = 2^x$ memotong sumbu Y di titik $(0, 1)$
3. Sumbu X bertindak sebagai **asimtot datar** bagi fungsi eksponen $y = f(x) = 2^x$
4. Fungsi eksponen $y = f(x) = 2^x$ terdefinisi untuk semua $x \in \boldsymbol{R}$, maka daerah asal
5. wilayah hasil (*range*) fungsi f, adalah: $\boldsymbol{W_f = \{y \mid y > 0}$ dan $\boldsymbol{y \in R\}}$
6. Fungsi eksponen $y = f(x) = 2^x$ merupakan **fungsi bijektif** sebab $\boldsymbol{f(x_1) = f(x_2)}$ **atau** $\boldsymbol{2^{x_1} = 2^{x_2} \Leftrightarrow x_1 = x_2}$

Grafik Fungsi Eksponen

Grafik fungsi eksponen dengan basis $a > 1$

Grafik fungsi eksponen dengan basis $0 < a < 1$

Contoh :

$$y = f(x) = \left(\tfrac{1}{2}\right)^x \ (x \in \boldsymbol{R})$$

$\left(\frac{1}{2}\right)^x$

$\left(\frac{1}{2}\right)^{-3}$

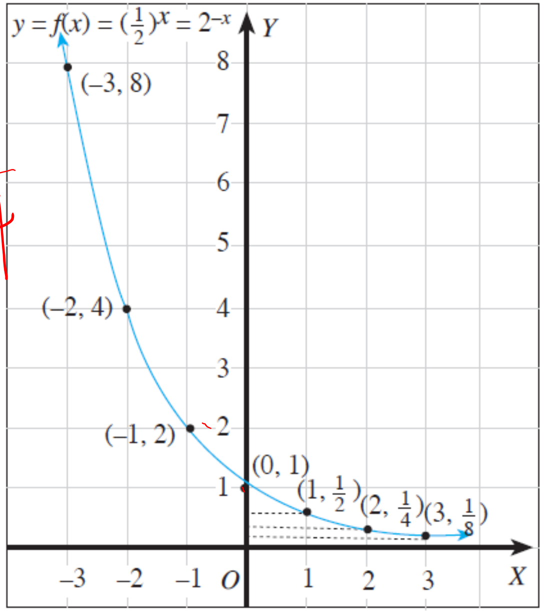
$2^3 \quad 8$

$\left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{2^2} = \frac{1}{4}$

Langkah 1: Buat daftar nilai-nilai *x* dan *y*

x	$\to -\infty$	...	-3	-2	-1	0	1	2	3	...	$\to \infty$
y	$\to \infty$	...	8	4	2	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$	...	$\to 0$

Langkah 2: Gambar grafik



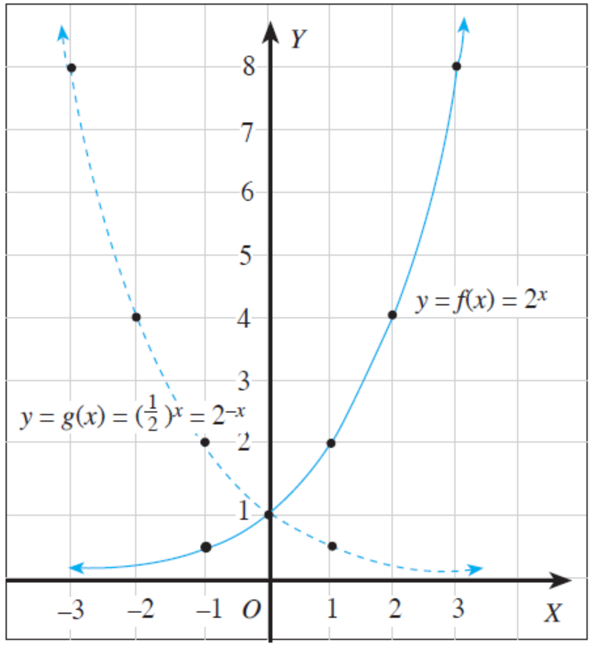
Fungsi eksponen $y = f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ adalah fungsi **monoton turun**.

$$x_2 > x_1 \Rightarrow \left(\tfrac{1}{2}\right)^{x_2} < \left(\tfrac{1}{2}\right)^{x_1}$$

Grafik fungsi eksponen dengan basis $0 < a < 1$

Hubungan antara grafik $f(x) = a^x$ dan $g(x) = a^{-x}$

Contoh :



Grafik fungsi eksponen $y = f(x) = 2^x$ dan grafik fungsi eksponen $y = g(x) = (\frac{1}{2})^x = 2^{-x}$ **setangkup atau simetri terhadap sumbu** ***Y***.

Grafik fungsi eksponen $y = f(x) = 2^x$ adalah **bayangan** dari grafik fungsi eksponen $y = g(x) = (\frac{1}{2})^x = 2^{-x}$ oleh **transformasi geometri refleksi terhadap sumbu** ***Y***, dan sebaliknya.

Persamaan Eksponen

Definisi Persamaan Eksponen

Persamaan eksponen adalah persamaan yang eksponennya mengandung peubah *x* dan tidak menutup kemungkinan bilangan pokoknya juga mengandung peubah *x*.

Bentuk Persamaan Eksponen

$$a^{f(x)} = a^{p}$$

$$a^{f(x)} = a^{g(x)}$$

$$a^{f(x)} = b^{f(x)}$$

$$\{h(x)\}^{f(x)} = \{h(x)\}^{g(x)}$$

$$A\{a^{f(x)}\}^{2} + B\{a^{f(x)}\} + C = 0$$

$$a^{f(x)} = a^{p}$$

Jika $a^{f(x)} = a^{p}$ ($a > 0$ dan $a \neq 1$), maka $f(x) = p$.

Contoh :

$$\begin{aligned} & 3^{x-4} = 1 \\ \Leftrightarrow\ & 3^{x-4} = 3^{0} \\ \Leftrightarrow\ & x - 4 = 0 \\ \Leftrightarrow\ & x = 4 \end{aligned}$$

Jadi, himpunan penyelesaiannya adalah $\{4\}$.

contoh

Tentukan himpunan penyelesaian dari tiap persamaan eksponen berikut.

a. $3^{2x-1} = 1$

b. $5^{x^2+3x-10} = 1$

Jawab:

a. $3^{2x-1} = 1 \Leftrightarrow$

$$3^{2x-1} = 3^0$$
$$2x - 1 = 0$$
$$2x = 1$$
$$x = \frac{1}{2}$$

Jadi, himpunan penyelesaiannya: $\left\{\frac{1}{2}\right\}$

b. $5^{x^2+3x-10} = 1 \Leftrightarrow$

$$x^2 + 3x - 10 = 0$$
$$(x+5)(x-2) = 0$$
$$x = -5 \quad \text{atau } x = 2$$

Jadi, himpunan penyelesaiannya: $\{2, -5\}$

$$\boxed{a^{f(x)} = a^{g(x)}}$$

Jika $a^{f(x)} = a^{g(x)}$ $(a > 0 \text{ dan } a \neq 1)$, maka $f(x) = g(x)$.

Himpunan penyelesaian dari persamaan eksponen $a^{f(x)} = a^{g(x)}$, dapat ditentukan dengan sifat berikut.

Jika $a > 0$, $a \neq 1$ dan $a^{f(x)} = a^{g(x)}$, maka $f(x) = g(x)$

contoh

Tentukan himpunan penyelesaian dari tiap persamaan eksponen berikut.

a. $27^{2x-5} = 243^{x-4}$

b. $25^{x^2+2} = 125^{2x^2-x+1}$

Jawab:

a. $27^{2x-5} = 243^{x-4}$

$\Leftrightarrow (3^3)^{2x-5} = (3^5)^{x-4}$

$\Leftrightarrow 3^{6x-15} = 3^{5x-20}$

$\Leftrightarrow 6x - 15 = 5x - 20$

$\Leftrightarrow x = -5$

Jadi, himpunan penyelesaiannya: $\{-5\}$

$6x - 5x = -20 + 15$

$x = -5$ //

b. $25^{x^2+2} = 125^{2x^2-x+1}$

$\Leftrightarrow (5^2)^{x^2+2} = (5^3)^{2x^2-x+1}$

$\Leftrightarrow 5^{2x^2+4} = 5^{6x^2-3x+3}$

$\Leftrightarrow 2x^2 + 4 = 6x^2 - 3x + 3$

$\Leftrightarrow 2x^2 + 4 = 6x^2 - 3x + 3$

$\Leftrightarrow 4x^2 - 3x - 1 = 0$

$\Leftrightarrow (4x + 1)(x - 1) = 0$

$\Leftrightarrow x = -\frac{1}{4}$ atau $x = 1$

$6x^2 - 2x^2 - 3x - 4 + 3$

$4x^2 - 3x - 1$

$4x + 1 = 0$

$4x = -1$

$x = -\frac{1}{4}$

Jadi, himpunan penyelesaiannya: $\left\{-\frac{1}{4}, 1\right\}$

$$a^{f(x)} = b^{f(x)}$$

Jika $a^{f(x)} = b^{f(x)}$ ($a > 0$ dan $a \neq 1$, $b > 0$ dan $b \neq 1$, dan $a \neq b$), maka $f(x) = 0$.

Contoh :

$$
\begin{aligned}
 & 2^{3x-6} = 3^{3x-6} \\
\Leftrightarrow \quad & 3x - 6 = 0 \\
\Leftrightarrow \quad & x = 2
\end{aligned}
$$

$= 2^{3x-6}$

$\Rightarrow$ $\cancel{2}^{3x-1}$ $\quad 1^{3x-6}$

$\Rightarrow 3x = 6$

$x = \frac{6}{3} = 2$ //

Jadi, himpunan penyelesaiannya adalah {2}.

$$\boxed{\{h(x)\}^{f(x)} = \{h(x)\}^{g(x)}}$$

Jika $\{h(x)\}^{f(x)} = \{h(x)\}^{g(x)}$, maka kemungkinannya adalah

1. $f(x) = g(x)$
2. $h(x) = 1$
3. $h(x) = 0$, asalkan $f(x)$ dan $g(x)$ keduanya positif.
4. $h(x) = -1$, asalkan $f(x)$ dan $g(x)$ keduanya ganjil atau $f(x)$ dan $g(x)$ keduanya genap.

Contoh :

$$(x^2 - 3x + 1)^{2x - 1} = (x^2 - 3x + 1)^{x + 5}$$

1.
$$\begin{aligned} f(x) &= g(x) \\ 2x - 1 &= x + 5 \\ x &= 6 \end{aligned}$$

2.
$$\begin{aligned} h(x) &= 1 \\ x^2 - 3x + 1 &= 1 \\ \Leftrightarrow \quad x^2 - 3x &= 0 \\ \Leftrightarrow \quad x(x - 3) &= 0 \\ \Leftrightarrow \quad x = 0 \text{ atau } x &= 3 \end{aligned}$$

3.

$$
\begin{aligned}
h(x) &= 0 \\
x^2 - 3x + 1 &= 0
\end{aligned}
$$

$x = \frac{1}{2}(3 + \sqrt{5})$ atau $x = \frac{1}{2}(3 - \sqrt{5})$ → rumus abc : $\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$f(x) = 2x - 1$

$g(x) = x + 5$

(i) Untuk $x = \frac{1}{2}(3 + \sqrt{5})$ didapat

$2\left(\frac{3}{2} + \frac{\sqrt{5}}{2}\right) - 1 = 3 + \sqrt{5} - 1 = 2 + \sqrt{5}$

$$
\begin{aligned}
f(x) &= f(\tfrac{1}{2}(3 + \sqrt{5})) = 2\{\tfrac{1}{2}(3 + \sqrt{5})\} - 1 = 2 + \sqrt{5} > 0 \\
g(x) &= g(\tfrac{1}{2}(3 + \sqrt{5})) = \tfrac{1}{2}(3 + \sqrt{5}) + 5 = \tfrac{1}{2}(13 + \sqrt{5}) > 0
\end{aligned}
$$

$\frac{3}{2} + \frac{\sqrt{5}}{2} + \frac{5}{1} = \frac{3 + \sqrt{5} + 10}{2} = \frac{1}{2}(13 + \sqrt{5})$

(ii) Untuk $x = \frac{1}{2}(3 - \sqrt{5})$ didapat

$$
\begin{aligned}
f(x) &= f(\tfrac{1}{2}(3 - \sqrt{5})) = 2\{\tfrac{1}{2}(3 - \sqrt{5})\} - 1 = 2 - \sqrt{5} < 0 \\
g(x) &= g(\tfrac{1}{2}(3 - \sqrt{5})) = \tfrac{1}{2}(3 - \sqrt{5}) + 5 = \tfrac{1}{2}(13 - \sqrt{5}) > 0
\end{aligned}
$$

Jadi, $x = \frac{1}{2}(3 + \sqrt{5})$ merupakan penyelesaian.

4. $$\begin{aligned} h(x) &= -1 \\ x^2 - 3x + 1 &= -1 \\ \Leftrightarrow \quad x^2 - 3x + 2 &= 0 \\ \Leftrightarrow \quad (x-1)(x-2) &= 0 \\ \Leftrightarrow \quad x = 1 \text{ atau } x &= 2 \end{aligned}$$

$f(x) = 2x - 1$
$g(x) = x + 5$

(i) Untuk $x = 1$, didapat: $f(x) = f(1) = 2(1) - 1 = 1$, berarti $f(x)$ ganjil dan $g(x) = g(1) = 1 + 5 = 6$, berarti $g(x)$ genap

Tampak bahwa $f(x)$ ganjil dan $g(x)$ genap untuk $x = 1$.
Jadi, $x = 1$ bukan penyelesaian.

(ii) Untuk $x = 2$, didapat: $f(x) = f(2) = 2(2) - 1 = 3$, berarti $f(x)$ ganjil dan $g(x) = g(2) = 2 + 5 = 7$, berarti $g(x)$ ganjil

Tampak bahwa $f(x)$ dan $g(x)$ keduanya ganjil untuk $x = 2$.
Jadi, $x = 2$ merupakan penyelesaian.

$$HP = \left\{0, 2, 3, \frac{1}{2}\left(3 + \sqrt{5}\right), 6\right\}$$

$$\boxed{A\{a^{f(x)}\}^2 + B\{a^{f(x)}\} + C = 0}$$

Himpunan penyelesaian dari persamaan eksponen $A\{a^{f(x)}\}^2 + B\{a^{f(x)}\} + C = 0$ ($a > 0$ dan $a \neq 1$, A, B, dan C bilangan real dan $A \neq 0$) dapat ditentukan dengan cara mengubah persamaan eksponen itu ke dalam persamaan kuadrat.

Contoh :

$$2^{2x} - 12 \cdot 2^x + 32 = 0$$
$$(2^x)^2 - 12 \cdot (2^x) + 32 = 0$$

Misalkan $2^x = y$, maka persamaan $(2^x)^2 - 12 \cdot (2^x) + 32 = 0$ dapat dituliskan menjadi

$$y^2 - 12y + 32 = 0$$
$$\Leftrightarrow \quad (y - 4)(y - 8) = 0$$
$$\Leftrightarrow \quad y = 4 \text{ atau } y = 8$$

Untuk $y = 4$, didapat

$$2^x = 4$$
$$\Leftrightarrow \quad 2^x = 2^2$$
$$\Leftrightarrow \quad x = 2$$

Untuk $y = 8$, didapat

$$2^x = 8$$
$$\Leftrightarrow \quad 2^x = 2^3$$
$$\Leftrightarrow \quad x = 3$$

Jadi, himpunan penyelesaiannya adalah $\{2, 3\}$.

PERTIDAKSAMAAN

EKSPONEN

Dari pembahasan grafik fungsi eksponen $f(x) = a^x$, diperoleh sifat yang dapat digunakan untuk menyelesaikan pertidaksamaan eksponen sebagai berikut.

1. Untuk $a > 1$, jika $x_2 > x_1$ maka $a^{x_2} > a^{x_1}$ atau sebaliknya jika $a^{x_2} > a^{x_1}$ maka $x_2 > x_1$.
2. Untuk $0 < a < 1$, jika $x_2 > x_1$ maka $a^{x_2} < a^{x_1}$ atau sebaliknya jika $a^{x_2} < a^{x_1}$ maka $x_2 > x_1$.

Dalam pertidaksamaan eksponen sifat tersebut dapat dinyatakan sebagai berikut.

1. Jika $a > 1$, maka:
   - $a^{g(x)} \geq a^{h(x)}$ jika dan hanya jika $g(x) \geq h(x)$
   - $a^{g(x)} \leq a^{h(x)}$ jika dan hanya jika $g(x) \leq h(x)$
2. Jika $0 < a < 1$, maka:
   - $a^{g(x)} \geq a^{h(x)}$ jika dan hanya jika $g(x) \leq h(x)$
   - $a^{g(x)} \leq a^{h(x)}$ jika dan hanya jika $g(x) \geq h(x)$

Contoh1:

Tentukan himpunan penyelesaian dari pertidaksamaan eksponen berikut ini.

a. $4^{x^2+4x-3} < 16$ $\quad = \quad <$
$\quad >$
b. $2^x > 32^{x-1}$
$\quad \leq$
c. $3^{2x+1} + 5 \,.\, 3^x > 2$ $\quad \geq$

Jawab:

a. $4^{x^2+4x-3} < 16$

$\Leftrightarrow \quad 4^{x^2+4x-3} < 4^2$

$\Leftrightarrow \quad x^2 + 4x - 3 < 2$

$\Leftrightarrow \quad x^2 + 4x - 5 < 0$

$\Leftrightarrow \quad (x+5)(x-1) < 0$ $\quad x < -5$

$\quad -5 < x < 1$ $\quad x < 1$

Jadi, himpunan penyelesaiannya adalah $\{x \mid -5 < x < 1, x \in \boldsymbol{R}\}$

b. $2^x > 32^{x-1}$

$$\Leftrightarrow \quad 2^x > (2^5)^{x-1}$$

$$\Leftrightarrow \quad 2^x > 2^{5x-5}$$

$$\Leftrightarrow \quad x > 5x - 5$$

$$\Leftrightarrow \quad -4x > -5$$

$$x < \frac{5}{4}$$

Jadi, himpunan penyelesaiannya adalah

$$\left\{x \mid x < \frac{5}{4}, x \in \boldsymbol{R}\right\}$$

Tentukan himpunan penyelesaian dari pertidaksamaan eksponen berikut ini.

a. $\left(\frac{1}{25}\right)^{x+2} < \left(\frac{1}{125}\right)^{x-3}$

b. $\left(\frac{1}{3}\right)^{9x-x^2} > \left(\frac{1}{9}\right)^{x}$

Jawab:

a. $\left(\frac{1}{25}\right)^{x+2} < \left(\frac{1}{125}\right)^{x-3}$

$\Leftrightarrow \quad \left(\frac{1}{5}\right)^{2(x+2)} < \left(\frac{1}{5}\right)^{3(x-3)}$

$\Leftrightarrow \quad 2x + 4 > 3x - 9$

$2x - 3x > -9 - 4$

$-x > -13$

$x < 13$

$\Leftrightarrow \quad -x > -13$

$\Leftrightarrow \quad x < 13$

Jadi, himpunan penyelesaiannya adalah $\{x \mid x < 13, x \in \boldsymbol{R}\}$

b. $\left(\frac{1}{3}\right)^{9x-x^2} > \left(\frac{1}{9}\right)^{x}$

$\Leftrightarrow \quad \left(\frac{1}{3}\right)^{9x-x^2} > \left(\frac{1}{3}\right)^{2x}$

$\Leftrightarrow \quad 9x - x^2 < 2x$

$\Leftrightarrow \quad -x^2 + 7x < 0$

$\Leftrightarrow \quad x^2 - 7x > 0$

$\Leftrightarrow \quad x(x - 7) > 0$

$\Leftrightarrow \quad x < 0$ atau $x > 7$

Jadi, himpunan penyelesaiannya adalah

$\{x \mid x < 0$ atau $x > 7, x \in \boldsymbol{R}\}$