MODUL MATEMATIKA DASAR

Relasi, Fungsi, dan Persamaan Linier

Penulis:

Hastri Rosiyanti, M.PMat.

Prodi Pendidikan Matematika

Fakultas Ilmu Pendidikan

Universitas Muhammadiyah Jakarta

September 2023

Relasi, Fungsi, dan Persamaan Linier

A. PENDAHULUAN

1. Deskripsi Mata Kuliah

Pokok-pokok materi yang dibahas dalam modul ini adalah relasi, fungsi, dan persamaan linier. Tiga pokok ini merupakan materi yang wajib mahasiswa PGSD kuasai untuk modal mereka dalam memberikan ilmunya kelak ke siswa. Adapun hubungan materi ini dengan surat di Al Qur’an yaitu pada surat Al A’raf ayat 29 yang

قُلْ أَمَرَ رَبِّي بِالْقِسْطِ ۖ وَأَقِيمُوا وُجُوهَكُمْ عِنْدَ كُلِّ مَسْجِدٍ
وَادْعُوهُ مُخْلِصِينَ لَهُ الدِّينَ ۚ كَمَا بَدَأَكُمْ تَعُودُونَ ﴿٢٩﴾

berbunyi:

Katakanlah: "Tuhanku menyuruh menjalankan keadilan". Dan (katakanlah): "Luruskanlah muka (diri)mu di setiap sembahyang dan sembahlah Allah dengan mengikhlaskan ketaatanmu kepada-Nya. Sebagaimana Dia telah menciptakan kamu pada permulaan (demikian pulalah kamu akan kembali kepada-Nya)".

Tanpa disadari, kita sering menggunakan perhitungan aljabar dalam kehidupan sehari-hari. Banyak manfaat dalam kehidupan sehari-hari yang dapat diambil pada saat kita mempelajari relasi, fungsi, dan persamaan linier. Misalnya untuk relasi dan fungsi berkaitan dengan istilah hubungan atau koneksi. Kita makan di restoran dan kita memesan paketan makanan, secara tidak langsung kita masuk ke dunia ilmu persamaan, karena kita dapat mengetahui harga masing – masing makanan. Bukan hanya dalam kehidupan sehari-hari manfaat dari mempelajari relasi, fungsi dan persamaan linier, tetapi juga pada ilmu lain, seperti fisika (menghubungkan Temperatur Celcius dengan Farenheit), Programer (penerapan Turbo Pascal, yaitu mesin pengambilan antrian/nomor pelanggan), Game Maker (penempatan letak karakter, penempatan objek-objek tertentu yang berada di game tersebut), Ekologi (untuk mengetahui asumsi populasi makhluk hidup), dll. Begitu banyak manfaat ilmu lainnya jika dipelajari.

2. CPMK

Penulis berharap bagi pembaca yang telah mempelajari bab ini, secara umum diharapkan dapat menjelaskan konsep – konsep dan prinsip – prinsip dari relasi, fungsi dan persamaan linier. Adapun capaian pembelajaran mata kuliah (CPMK) pada bab ini sebagai berikut.Mahasiswa mampu memahami konsep dan penerapan Relasi, Fungsi dan Persamaan Linear

3. Sub CPMK

Berdasarkan CPMK yang telah dirancang, selanjutnya berikut merupakan sub – CPMK yang telah dirancang

a. Mahasiswa mampu menjelaskan konsep relasi.
b. Mahasiswa mampu menjelaskan konsep fungsi.
c. Mahasiswa mampu menjelaskan konsep persamaan linier.

4. Tujuan Pembelajaran

Setelah membaca dan mengikuti serangkaian kegiatan pada bagian ini, mahasiswa diharapkan mampu:

a. Menjelaskan konsep dasar relasi
b. Menjelaskan konsep dasar fungsi
c. Mengidentifikasi sifat-sifat fungsi
d. Terampil dalam menyelesaikan permasalahan yang berkaitan dengan kombinasi fungsi

e. Terampil dalam menyelesaikan permasalahan yang berkaitan dengan komposisi fungsi
f. Terampil dalam menyelesaikan permasalahan yang berkaitan dengan fungsi invers
g. Menjelaskan konsep dasar persamaan linier
h. Terampil dalam menyelesaikan permasalahan yang berkaitan dengan persamaan linier dan persamaan linier simultan.

5. **Petunjuk pengunaan modul**

a. Bacalah dan pahami materi yang ada pada bab ini.
b. Kerjakan setiap tugas diskusi terhadap materi-materi yang dibahas dalam bab ini.
c. Jika belum menguasai level materi yang diharapkan, ulangi lagi pada bab sebelumnya atau bertanyalah kepada dosen.

B. MATERI

1. Konsep Dasar Relasi

Dalam sistem koordinat kartesius dengan sumbu x dan sumbu y, kita mengetahui bahwa titik dengan koordinat $(7,6)$ tidaklah sama dengan titik koordinat $(6,7)$. Dalam hal koordinat titik tersebut ternyata bahwa urutan pasangan bilangan itu harus diperhatikan, karena urutan yang berlainan akan menentukan letak titik dalam bidang XOY yang berbeda pula.

Pasangan terurut adalah sepasang bilangan x dan y dengan x dalam urutan pertama dan y dalam urutan kedua, dapat ditulis sebagai (x, y). Berbeda dengan pasangan terurut, bahwa himpunan $\{x, y\}$ sama dengan himpunan $\{y, x\}$, dimana urutan tidak dipentingkan.

Misalkan $A \times B$ adalah produk Kartesius himpunan A dan B, maka relasi atau hubungan $\mathcal{R}$ dari A ke B adalah sembarang himpunan bagian dari produk Kartesius $A \times B$. Dalam hal ini, jika $A = B$ maka

$\mathcal{R}$ kita katakan relasi pada A. Pada relasi $\mathcal{R}$ dari A ke B kita definisikan.

a. Himpunan ordinat pertama dari pasangan terurut (x, y) disebut daerah asal (*domain*).

b. Himpunan B, disebut daerah kawan (*kodomain*).

c. Himpunan bagian dari B yang bersifat, setiap $y \in B$ dengan $(x, y) \in \mathcal{R}$ disebut daerah hasil (*range*) relasi $\mathcal{R}$.

Suatu relasi $\mathcal{R} = \{(x, y) | x \in A \text{ dan } x \in B\}$ dapat dinyatakan dalam berbagai bentuk. Hal ini dapat dilihat sebagai berikut.

a. Himpunan Pasangan Berurutan

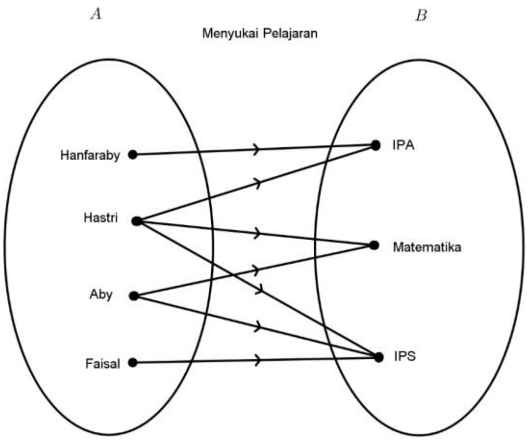
Relasi antara anggota dua himpunan A dan B dapat dinyatakan sebagai pasangan berurutan (x, y) dengan $x \in A$ dan $y \in B$ yang berpasangan.

Contoh 4.1 Misalkan $A = \{$Aby, Faisal, Hanfaraby, Hastri$\}$ dan $B = \{$IPA, IPS, Matematika$\}$. Berikut suatu relasi dari A ke B yang dinyatakan sebagai himpunan pasangan berurutan, yaitu $\mathcal{R} = \{$(Hanfaraby, IPA), (Hastri, IPA), (Hastri, Matematika), (Hastri, IPS), (Aby, Matematika), (Aby, IPS), (Faisal, IPS)$\}$.

b. Diagram panah

Relasi dari A ke B yang dinyatakan menggunakan diagram panah menggunakan tanda panah antara anggota A dan B. Tanda panah menyatakan pasangan anggota – anggota yang berelasi, dan arah panah menunjukkan arah relasi tersebut, yaitu dari A ke B. Arah itu tidak boleh terbalik, sebab relasi dari A ke B berbeda dengan relasi dari B ke A.

Contoh 4.2 Berdasarkan contoh dari 4.1 dapat dinyatakan dalam bentuk diagram panah yang dapat dilihat sebagai berikut.



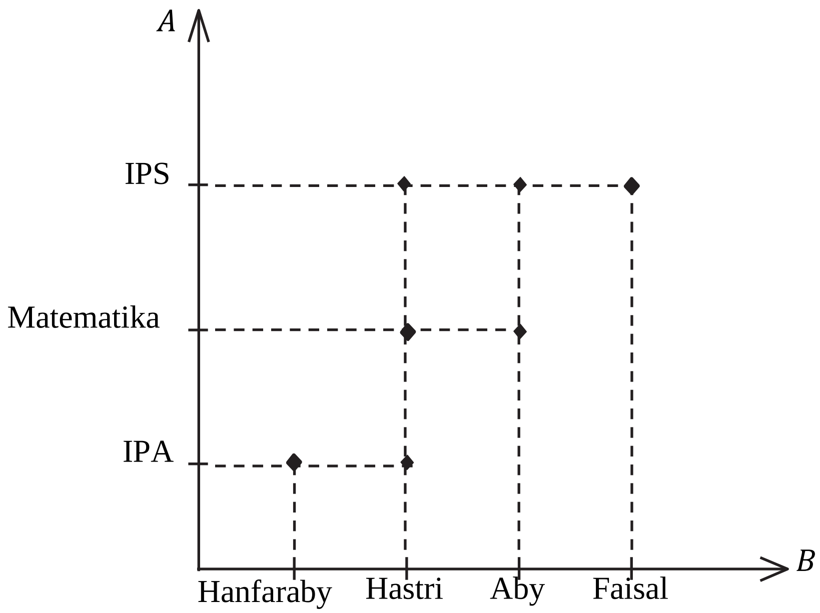
Gambar 4.1 Contoh Diagram Panah

c. Koordinat Kartesuis

Himpunan A dan B dapat dinyatakan dengan koordinat kartesius. Diagram kartesius adalah bidang yang digambarkan oleh dua buah garis yang saling tegak lurus, yaitu garis lurus mendatar (*horisontal*) dan garis lurus tegak (*vertikal*) yang berpotongan pada suatu titik.

Sehingga anggota himpunan A sebagai himpunan pertama berada pada sumbu mendatar (*horisontal*) dan anggota himpunan B sebagai himpunan kedua berada pada sumbu tegak (*vertikal*). Setiap pasangan anggota himpunan pertama yang berelasi dengan anggota himpunan kedua dinyatakan dengan sebuah noktah.

Contoh 4.3 Berdasarkan contoh dari 4.1 relasi $\mathcal{R}$ dapat dinyatakan dalam bentuk koordinat kartesius yang dapat dilihat sebagai berikut.



Gambar 4.2 Contoh Koordinat Kartesius

d. Tabel

Dalam mempresentasikan relasi ke dalam bentuk tabel, kita dapat mendefinisikan pada kolom pertama sebagai daerah asal (*domain*) dan pada kolom kedua sebagai daerah hasil (*range*).

<u>Contoh 4.4</u> Berdasarkan contoh dari 4.1 relasi $\mathcal{R}$ dinyatakan dalam bentuk tabel yang dapat dilihat sebagai berikut.

Tabel 4.1
Relasi Menyukai Pelajaran

A	B
Hanfaraby	IPA
Hastri	IPA
Hastri	Matematika
Hastri	IPS
Aby	Matematika
Abu	IPS
Faisal	IPS

e. Matriks

Misalkan terdapat suatu himpunan $A = \{a_1, a_2, a_3, \dots, a_n\}$ dan himpunan $B = \{b_1, b_2, b_3, \dots, b_m\}$ maka representasi suatu relasi yang menyatakan hubungan antara himpunan A dan himpunan B adalah $H = [h_{ij}]$, dimana jika terdapat hubungan Antara a_i dan b_j maka h_{ij} diberi nilai 1 dan jika tidak h_{ij} diberi nilai 0. Perhatikan matriks berikut.

$$H = \begin{array}{c} \\ a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_n \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} b_1 & b_2 & \dots & b_m \end{array} \\ \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} & \dots & h_{1m} \\ h_{21} & h_{22} & \dots & h_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ h_{n1} & h_{n2} & \dots & h_{nm} \end{bmatrix} \end{array}$$

Contoh 4.5 Berdasarkan contoh dari 4.2 relasi $\mathcal{R}$ yang dinyatakan dalam bentuk matriks dapat dilihat sebagai berikut.

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Setiap relasi $\mathcal{R}$ dari himpunan A ke himpunan B yang didefinisikan $\mathcal{R} = \{(x, y) |\ x \in A$ dan $x \in B\}$ selalu mempunyai relasi invers $\mathcal{R}^{-1}$ dari himpunan B ke himpunan A yang didefinisikan $\mathcal{R}^{-1} = \{(y, x) | (x, y) \in \mathcal{R}\}$. Sehingga kita dapat katakan bahwa $\mathcal{R}^{-1}$ adalah himpunan semua pasangan terurut yang bersifat bahwa jika urutan anggota dalam pasangan itu ditukar maka pasangan terurut yang baru ini adalah anggota $\mathcal{R}$. Jadi jika $\mathcal{R}$ sebuah relasi dari A ke B maka $\mathcal{R}^{-1}$ adalah sebuah relasi dari B ke A.

Contoh 4.6

1) Misalkan $A = \{a, b, c\}$ dengan relasi $\mathcal{R} = \{(a, b), (a, c), (c, b)\}$ adalah sebuah relasi dari pada A sehingga inversnya adalah $\mathcal{R}^{-1} = \{(b, a), (c, a), (c, b)\}$.
2) Misalkan $B = \{1, 2,3\}$ dan $C = \{d, e\}$ dengan relasi $\mathcal{R} = \{(1, d), (1, e), (2, e), (3, d)\}$ adalah sebuah relasi dari B ke C.

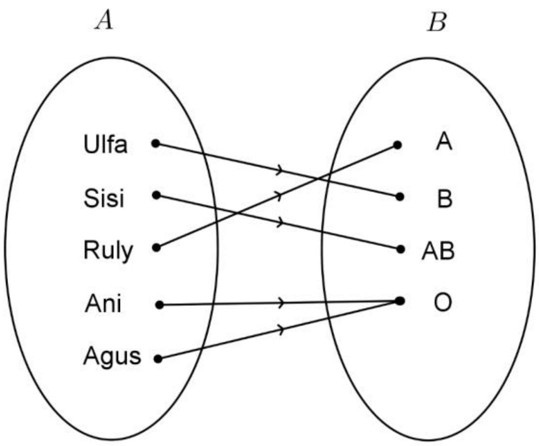
Kita miliki bahwa inversnya adalah $\mathcal{R}^{-1} = \{(d,1),(e,1),(e,2),(d,3)\}$.

2. **Konsep Dasar Fungsi**

Pada bagian sebelumnya telah dibahas kajian mengenai relasi, selanjutnya kita membahas fungsi yang merupakan kasus khusus dari suatu relasi. Misalkan A dan B suatu himpunan. Secara formal, fungsi dari A ke B, ditulis $f: A \to B$, adalah suatu relasi dari A ke B yang memasangkan setiap anggota dari A dengan tepat satu anggota B.

Jika f adalah suatu fungsi dari A ke B dan $a \in A$ maka pasangan dari a di B disebut peta dari a dan kita notasikan $f(a)$, himpunan A disebut domain dari $f\left(D_f\right)$ dan himpunan B disebut kodomain dari $f(K_f)$. Himpunan semua anggota di B yang mempunyai pasangan di A disebut *Range* (R_f).

Suatu fungsi f dari A ke B dapat dinotasikan oleh $f: A \to B$ dengan $D_f = A$, $K_f = B$. Perhatikan diagram panah berikut:

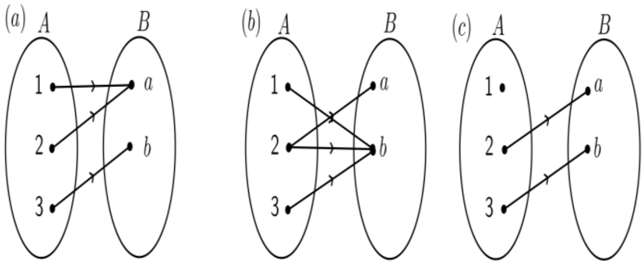


Gambar 4.3 Contoh Konsep Dasar Fungsi

Terdapat dua himpunan, yaitu himpunan P = {Ulfa, Sisi, Ruly, Ani, Agus} dan himpunan Q = {A , B, O, AB}. Setiap anak anggota P dipasangkan dengan tepat satu golongan darah anggota Q. Bentuk ini merupakan contoh relasi yang disebut fungsi atau pemetaan.

Contoh 4.7

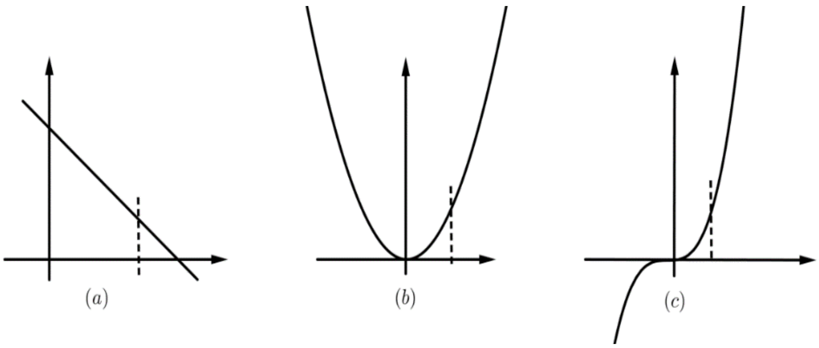
a. Dari diagram-diagram panah berikut,manakah yang merupakan fungsi?

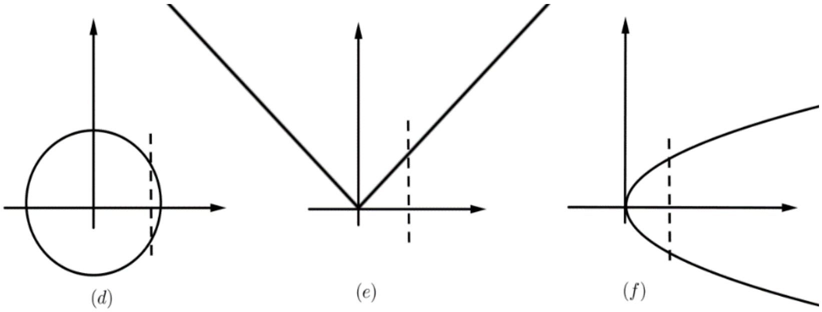


Misalkan himpunan $A = \{1,2,3\}$ adalah domain dan himpunan $B = \{a, b\}$ adalah kodomain.

1) Diagram panah (a) merupakan fungsi karena setiap anggota A dipasangkan dengan tepat satu anggota B.
2) Diagram panah (b) bukan merupakan fungsi karena ada anggota A, yaitu 2, mempunyai dua pasangan anggota di B, yaitu a dan b.
3) Diagram panah (c) bukan merupakan fungsi karena ada anggota A, yaitu 1, tidak mempunyai pasangan anggota di B.

b. Tentukan manakah diagram di bawah ini yang menyatakan fungsi atau bukan !



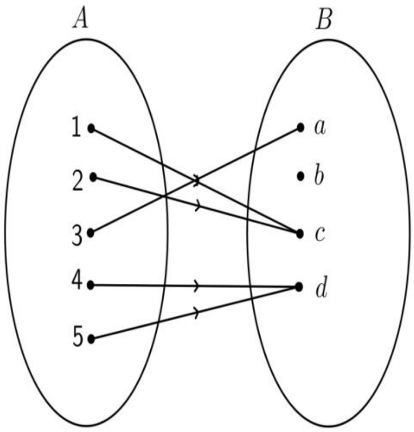


1) Diagram (a) merupakan fungsi karena jika diperhatikan garis lurus yang sejajar sumbu y hanya memotong 1 titik pada grafik.
2) Diagram (b) merupakan fungsi karena jika diperhatikan garis lurus yang sejajar sumbu y hanya memotong 1 titik pada grafik.
3) Diagram (c) merupakan fungsi karena jika diperhatikan garis lurus yang sejajar sumbu y hanya memotong 1 titik pada grafik.
4) Diagram (d) merupakan bukan fungsi karena jika diperhatikan garis lurus yang sejajar sumbu y memotong 2 titik pada grafik.
5) Diagram (e) merupakan fungsi karena jika diperhatikan garis lurus yang sejajar sumbu y hanya memotong 1 titik pada grafik.
6) Diagram (f) merupakan bukan fungsi karena jika diperhatikan garis lurus yang sejajar sumbu y memotong 2 titik pada grafik.

Daerah definisi (daerah asal atau *domain)* dari suatu fungsi real f dinotasikan D_f yang merupakan himpunan semua bilangan riil yang menyebabkan aturan fungsi berlaku atau terdefinisi. Jika himpunan pada *domain* tidak dinyatakan dengan jelas maka *domain* suatu fungsi adalah himpunan bilangan riil. Daerah nilai (daerah hasil atau *Range*) dari suatu fungsi $f(x)$ dinotasikan R_f yang didefinisikan sebagai $R_f = \{y | y = f(x), x \in D_f\}$. Misalkan $f: A \to B$ suatu fungsi dan $y = f(x)$ untuk suatu $x \in A$, maka x kita tulis $f^{-1}(y) = x$. Jika $Y \subset R_f$ maka prapeta dari Y adalah himpunan.

$$f^{-1}(Y) = \{x \in A | f(x) \in Y\}$$

<u>Contoh 4.8</u> Misalkan $A = \{1,2,3,4,5\}$ dan $B = \{a, b, c, d\}$. Perhatikan diagram panah berikut.



Misalkan $f: A \to B$ yang didefinisikan oleh diagram panah di atas. Di sini tampak $D_f = \{1,2,3,4,5\}$ yang merupakan prapeta dari $R_f = \{a, c, d\}$. Kita miliki juga bahwa:

a. $f^{-1}(\{a\}) = \{3\}$, sebab hanya 3 yang petanya adalah $a \in B$.

b. $f^{-1}(\{c\}) = \{1, 2\}$, sebab 1 dan 2 dipetakan oleh fungsi f pada anggota yang sama, yaitu $c \in B$.

c. $f^{-1}(\{d\}) = \{4,5\}$, sebab 4 dan 5 dipetakan oleh fungsi f pada anggota yang sama, yaitu $d \in B$.

d. $f^{-1}(\{b\}) = \{\ \}$, sebab tidak ada anggota dalam A, yang petanya adalah $b \in B$.

Dalam pembahasan fungsi kita sering membandingkan dua fungsi yang sama. Misalkan $f: A \to B$ dan $g: A \to B$ dua fungsi dari A ke B. Fungsi f dan g dikatakan sama, ditulis $f = g$, jika $f(x) = g(x)$ untuk semua $x \in A$.

Contoh 4.9

a. Diberikan suatu fungsi f yang didefinisikan oleh $f(x) = x^2 + 1$. Perhatikan bahwa jika :

   $x = -1$ maka $f(-1) = 2$

   $x = 0$ maka $f(0) = 1$

   $x = 1$ maka $f(1) = 2$, dan seterusnya.

   1) Jika fungsi tersebut digambarkan pada diagram kartesius maka di setiap titik x selalu terdapat nilai bilangan riil. Maka domain dari fungsi f adalah $D_f = (-\infty, \infty)$.
   2) Karena hasil dari $f(x) = x^2 + 1$ adalah bilangan positif dan nilanya merupakan bilangan riil maka range dari fungsi f adalah $R_f = [1, \infty)$.

b. Diberikan suatu fungsi g yang didefinisikan oleh $g(x) = \sqrt{4 - x^2}$. Perhatikan bahwa jika :

   $x = -1$ maka $g(-1) = \sqrt{3}$

   $x = 0$ maka $g(0) = 4$

   $x = 1$ maka $g(1) = \sqrt{3}$ dan seterusnya.

   a. Karena di dalam akar tidak boleh negatif maka syarat untuk D_g adalah $4 - x^2 \geq 0$, sehingga diperoleh $-2 \leq x \leq 2$. Jadi $D_g = [-2,2]$.
   b. Hasil fungsi ini haruslah bilangan bulat tak negatif. Maka $R_g = [0, \infty)$.

Berikut ini akan dibahas mengenai bagaimana menghitung banyaknya pemetaan yang mungkin terjadi dari dua himpunan berhingga. Misalkan $A = \{a_1, a_2, a_3, \dots, a_n\}$ ke $B = \{b_1, b_2, b_3, \dots, b_m\}$ maka banyak semua pemetaan yang mungkin terjadi dari dua himpunan A dan B adalah m^n.

Contoh 4.10

a. Misalkan $A = \{a, b\}$ ke $B = \{p\}$. Banyak pemetaan dari A ke B yang dapat dibuat hanya ada 1 cara, yaitu $f = \{(a, p), (b, p)\}$.

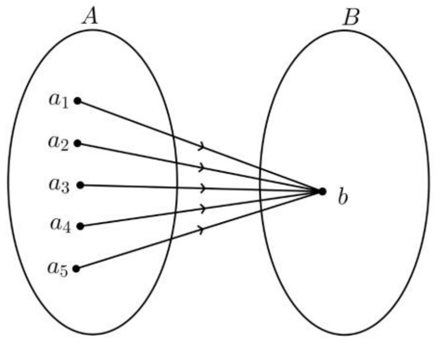
b. Misalkan $A = \{a\}$ ke $B = \{p, q\}$. Banyak pemetaan dari A ke B yang dapat dibuat memiliki 2 cara, yaitu $f = \{(a, p)\}$ dan $g = \{(a, q)\}$.

c. Pemetaan dari $A = \{a, b\}$ ke $B = \{p, q\}$. Banyak pemetaan dari A ke B yang dapat dibuat memiliki 4 cara, yaitu $f_1 = \{(a, p), (b, p)\}$, $f_2 = \{(a, q), (b, q)\}$, $f_3 = \{(a, p), (b, q)\}$ dan $f_4 = \{(a, q), (b, p)\}$.

Ada beberapa fungsi khusus yang sering digunakan dalam keperluan tertentu pada ilmu matematika. Fungsi – fungsi yang dimaksud dapat dilihat sebagai berikut.

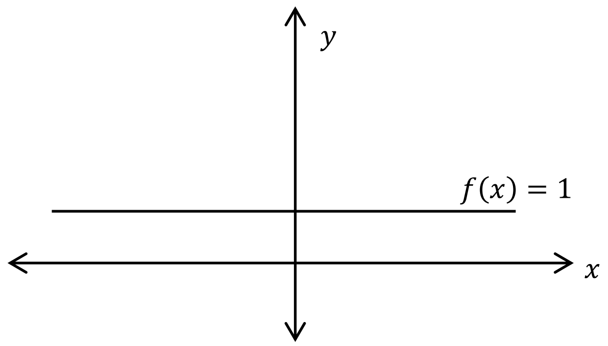
a. Fungsi Konstan

Fungsi f dinamakan fungsi konstan dari A ke B jika fungsi $f: A \to B$ bersifat bahwa setiap $a \in A$ dipetakan pada satu anggota $b \in B$.



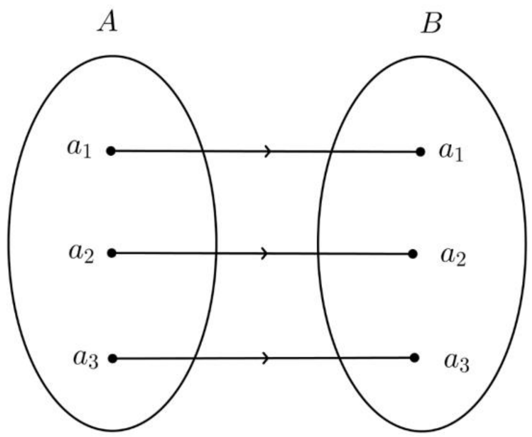
Gambar 4.4 Contoh Fungsi Konstan

<u>**Contoh 4.11**</u> Misalkan $f(x) = 1$ untuk setiap bilangan riil x maka fungsi konstan di 1, dapat digambarkan sebagai berikut.



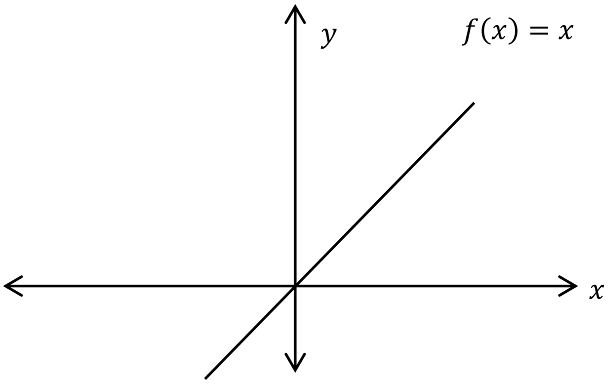
b. Fungsi Satuan (Identitas)

Fungsi f dinamakan fungsi identitas dari A ke B jika f adalah fungsi $f: A \to B$ dengan $B = A$ dan $f(a) = a$ untuk setiap $a \in A$. Kita notasikan fungsi identitas dari A ke A oleh 1_A.



Gambar 4.5 Contoh Fungsi Identitas

Contoh 4.12 Misalkan $f(x) = x$ untuk setiap bilangan riil x, maka grafik fungsi f adalah garis lurus yang melalui titik $O(0,0)$.



c. Fungsi Kaki

1) Fungsi Kaki *Floor*

Misalkan $f(x) = \lfloor x \rfloor$ untuk setiap bilangan riil x dimana $\lfloor x \rfloor$ menyatakan bilangan bulat terbesar yang kurang dari atau sama dengan x. Fungsi ini disebut fungsi kaki *floor* dari x.

Contoh 4.13

a) $f(x) = \lfloor x \rfloor$ untuk $x = 9{,}5$ yaitu 9.

b) $f(x) = \lfloor x \rfloor$ untuk $x = -9{,}5$ yaitu -10.

2) Fungsi Kaki *Ceiling*

Fungsi $f(x) = \lceil x \rceil$ untuk setiap bilangan riil x, disebut fungsi kaki *ceiling* dari x, dimana $\lceil x \rceil$ menyatakan bilangan bulat terkecil yang lebih besar dari atau sama dengan x.

Contoh 4.14

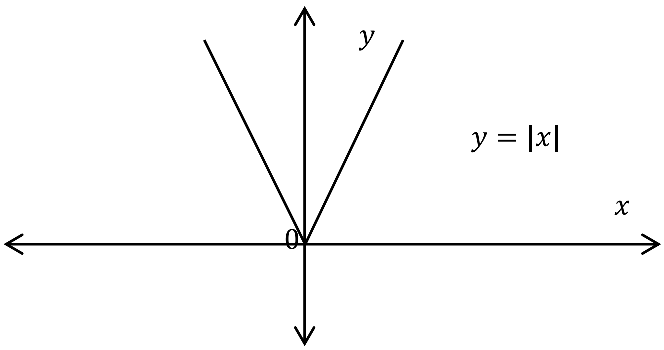
a) $f(x) = \lceil x \rceil$ untuk $x = 9{,}5$ yaitu 10.

b) $f(x) = \lceil x \rceil$ untuk $x = -9{,}5$ yaitu -9.

d. Fungsi Modulus

Fungsi f dinamakan fungsi modulus jika f fungsi yang didefinisikan oleh $f: x \to |x|$ untuk setiap bilangan riil x, dimana $|x|$ adalah nilai mutlak dari x, yaitu:

$$|x| = \begin{cases} x & , x \geq 0 \\ -x & , x < 0 \end{cases}$$



Gambar 4.6 Contoh Fungsi Modulus

<u>Contoh 4.15</u> $|7| = 7,\ |0| = 0$, dan $|-3| = -(-3) = 3$.

e. Fungsi Polinomial

Fungsi f dinamakan fungsi polinomial jika f adalah fungsi suku banyak yang berbentuk $f(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \cdots + a_nx^n$, untuk setiap $x \in \mathbb{R}$ dan untuk suatu $n \in \mathbb{N}$. Dalam kasus ini, jika $a_n \neq 0$ maka n kita katakan derajat dari fungsi polinomial f.

<u>Contoh 4.16</u> Misalkan $f(x) = x^2 - 3x^4$ dan $g(x) = 3x + 5$ untuk setiap bilangan riil x. Fungsi f adalah fungsi berderajat 2 dan g adalah fungsi berderajat 1.

f. Fungsi Rasional

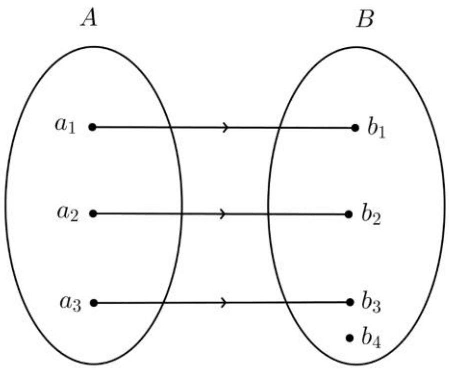
Fungsi f dinamakan fungsi rasional atau disebut juga fungsi pecahan jika $f(x) = \frac{P(x)}{Q(x)}$ dimana $P(x)$ dan $Q(x)$ adalah fungsi polinomial dengan $Q(x) \neq 0$.

<u>Contoh 4.17</u> Fungsi $(x) = \frac{1}{x-1}$, dan $g(x) = \frac{x^2+7x-3}{3x-8}$ adalah fungsi rasional.

3. **Sifat – Sifat Fungsi**

a. **Fungsi satu – satu (*Injektif*)**

Misalkan $f: A \to B$ suatu fungsi dari A ke B. Fungsi f adalah fungsi *injektif* jika $x_1 \neq x_2$ maka $f(x_1) \neq f(x_2)$ untuk setiap $x_1, x_2 \in A$, atau hal ini ekuivalen dengan jika $f(x_1) = f(x_2)$ maka $x_1 = x_2$.



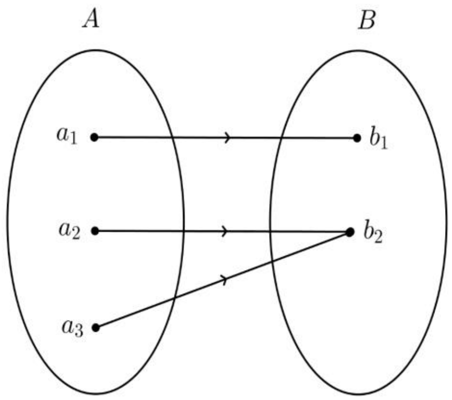
Gambar 4.7 Contoh Fungsi Satu – Satu

<u>Contoh 4.18</u>

1) $f(x) = x + 3, x \in \mathbb{Z}$ merupakan fungsi *injektif.*
2) $f(x) = x^2, x \in \mathbb{Z}$ bukan merupakan fungsi *injektif*. Karena terdapat $x_1 \neq x_2$ tetapi $f(x_1) = f(x_2)$, yaitu $x_1 = 1$,$x_2 = -1$, dan $f(1) = f(-1) = 1$.

b. **Fungsi Pada (Onto / *Surjektif*)**

Misalkan $f: A \to B$ suatu fungsi dari A ke B. Fungsi f adalah fungsi surjektif jika *range* dari f sama dengan *kodomain* dari f atau ditulis $R_f = B$.



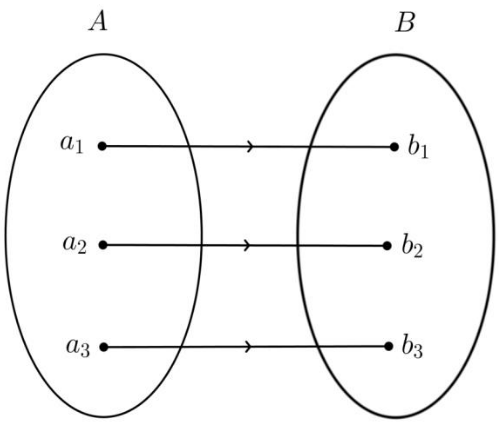
Gambar 4.8 Contoh Fungsi Pada

<u>Contoh 4.19</u>

1) $f(x) = x + 3,\ x \in \mathbb{Z}$ merupakan fungsi *sujektif*.
2) $f(x) = x^2,\ x \in \mathbb{Z}$ bukan merupakan fungsi *sujektif*. Karena terdapat anggota dari *kodomain* yang bukan anggota *range* dari f, yaitu untuk $f(x) = -1$, tidak ada bilangan x di domain sedemikian sehingga $x^2 = -1$.

c. Fungsi Korespodensi Satu – Satu (*Bijektif*)

Misalkan $f: A \to B$ suatu fungsi dari A ke B. Fungsi f adalah fungsi *bijektif* jika f adalah fungsi *injektif* dan *surjektif*.



Gambar 4.9 Fungsi Korespodensi Satu – Satu

Contoh 4.20

1) $f(x) = x + 3, x \in \mathbb{Z}$ merupakan fungsi *bijektif*.
2) $f(x) = x^2, x \in \mathbb{Z}$ bukan merupakan fungsi *bijektif*. Karena f bukan *injektif* dan bukan *surjektif*.

4. Kombinasi Fungsi

Misalkan f dan g adalah fungsi – fungsi riil dengan masing-masing domain D_f dan D_g, maka kita dapat mendefinisikan fungsi-fungsi riil baru seperti contoh di bawah :

a. $(f \pm g)(x) = f(x) \pm g(x)$.

b. $(fg)(x) = f(x).g(x)$.

c. $\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)}, g(x) \neq 0$.

d. $(c.f)(x) = c.f(x)$, c adalah konstanta.

e. $f^n = f(x)f(x) \ldots f(x)$; $D_{f^n} = D_f$.

Domain dari kombinasi fungsi f dan g biasanya berupa irisan masing-masing domainnya yaitu $D_f \cap D_g$. Akan tetapi terdapat pengecualian pada beberapa kasus tertentu seperti dalam contoh di bawah ini.

Contoh 4.21 Misalkan $f(x) = \sqrt{x+1}$, dan $(x) = \sqrt{x-1}$, maka:

a. $D_f = \{x | x + 1 \geq 0\}$ atau $D_f = [-1, \infty)$.

b. $D_g = \{x | x - 1 \geq 0\}$ atau $D_g = [1, \infty)$.

c. $D_f \cap D_g = \{x | -1 \leq x \leq 1\}$ atau $D_f \cap D_g = [-1,1]$.

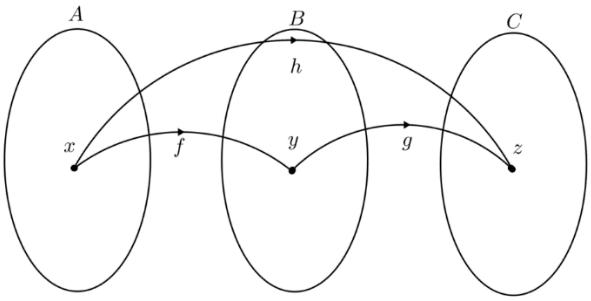
d. $f(x) + g(x) = \sqrt{x+1} + \sqrt{x-1}$ dengan $D_{f+g} = D_f \cap D_g = [-1,1]$.

e. $f(x).g(x) = \sqrt{(x^2 - 1)}$ dengan $D_{fg} = (-\infty, -1] \cup [1, \infty)$.

f. $\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x-1}}$, dengan $D_{\frac{f}{g}} = D_f \cap D_g \cap \{x \in \mathbb{R} | \, g(x) \neq 0\} = [-1,1] \cap \{x \neq 1\} = [-1,1)$.

5. **Komposisi Fungsi**

Misalkan $f: A \to B$ dan $g: B \to C$.

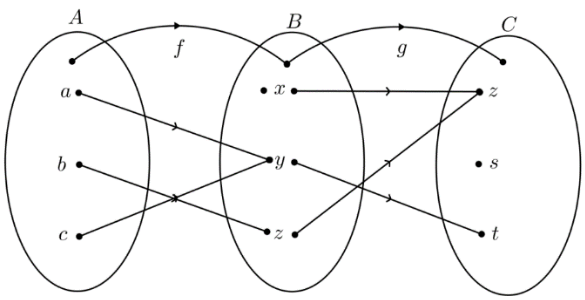


Gambar 4.10 Fungsi Komposisi $h = (g \circ f)$

Fungsi $h = (g \circ f)$ ($\circ$ dibaca komposisi atau bundaran) adalah fungsi $h: A \to C$ yang didefinisikan oleh $h(x) = g\big(f(x)\big)$ untuk setiap $x \in A$. Fungsi baru h ini disebut fungsi komposisi dari f dan g. Perhatikan bahwa$(g \circ f)(x) = g\big(f(x)\big)$ terdefinisi jika $R_f \cap D_g \neq \emptyset$.

<u>**Contoh 4.22**</u>

a. Misalkan $f: A \to B$ dan $g: B \to C$ yang diberikan pada gambar di bawah ini. Kita peroleh:



$(g \circ f)(a) = g\big(f(a)\big) = g(y) = t$

$(g \circ f)(b) = g\big(f(b)\big) = g(z) = r$

$(g \circ f)(c) = g\big(f(c)\big) = g(y) = t$

b. Misalkan fungsi $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, dengan $f(x) = 2x^2 + 1$, dan fungsi $g: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ dengan $g(x) = x + 3$. Kita peroleh bahwa:

1) $f \circ g(x) = f\big(g(x)\big)$

$= f\big((x+3)\big)$

$= 2(x+3)^2 + 1$

$= 2(x^2 + 6x + 9) + 1$

$= 2x^2 + 12x + 19$

2) $f \circ g(1)$ dapat dihitung dengan cara mensubstitusi $x = 1$ pada $f \circ g(x)$.

$f \circ g(1) = 2(1)^2 + 12(1) + 19 = 33$

3) $g \circ f(x) = g\big(f(x)\big)$

$= g\big((2x^2 + 1)\big)$

$= (2x^2 + 1) + 3$

$= 2x^2 + 4$

4) $g \circ f(2)$ dapat dihitung dengan mensubstitusi $x = 2$ pada $g \circ f(x)$.

$g \circ f(2) = 2(2)^2 + 4 = 8$

c. Diketahui fungsi $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ dan fungsi $g: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$. Jika $f(x) = x + 3$ dan $f \circ g(x) = x^2 + 6x + 7$, maka fungsi $g(x)$ dapat dicari dengan cara sebagai berikut.

$f \circ g(x) = x^2 + 6x + 7$

$f\big(g(x)\big) = x^2 + 6x + 7$

$g(x) + 3 = x^2 + 6x + 7$

$g(x) = x^2 + 6x + 4$

Adapun sifat – sifat operasi komposisi pada dapat dilihat sebagai berikut.

Misalkan $f: A \to B$, $g: B \to C, h: C \to D$ maka berlaku:

a. $\big((f \circ g) \circ h\big)(x) = \big(f \circ (g \circ h)\big)(x)$ (sifat asosiatif).

b. $(f \circ 1_A)(x) = (1_B \circ f)(x) = f(x)$ (sifat fungsi identitas).

<u>Contoh 4.23</u> Misalkan $f(x) = 2x + 1,\ g(x) = 3 - x,\ h(x) = x^2 + 1$, dan $1_{\mathbb{R}}(x) = x$, maka:

a. $(f \circ g)(x) = f\big(g(x)\big) = 2g(x) + 1 = 2(3 - x) + 1 = 7 - 2x.$

Akibatnya:

$$\begin{aligned}\big((f \circ g) \circ h\big)(x) &= (f \circ g)\big(h(x)\big) \\ &= (f \circ g)(x^2 + 2) \\ &= 7 - 2(x^2 + 2) \\ &= 3 - 2x^2 \\ &= 2(1 - x^2) + 1 \\ &= f(1 - x^2) \\ &= f\big(3 - (x^2 + 2)\big) \\ &= f\big(g(x^2 + 2)\big) \\ &= f\big((g \circ h)(x)\big)\end{aligned}$$

Jadi, $\big((f \circ g) \circ h\big)(x) = \big(f \circ (g \circ h)\big)(x)$.

b. $(f \circ 1_{\mathbb{R}})(x) = f\big(1_{\mathbb{R}}(x)\big)$

$(f \circ 1_{\mathbb{R}})(x) = f(x)$.

6. Fungsi Invers

a. Invers Sebuah Fungsi

Misalkan f adalah suatu fungsi $f: A \to B$, dan fungsi $g: B \to A$ dikatakan invers dari f jika berlaku:

$$f \circ g = 1_B \text{ dan } g \circ f = 1_A.$$

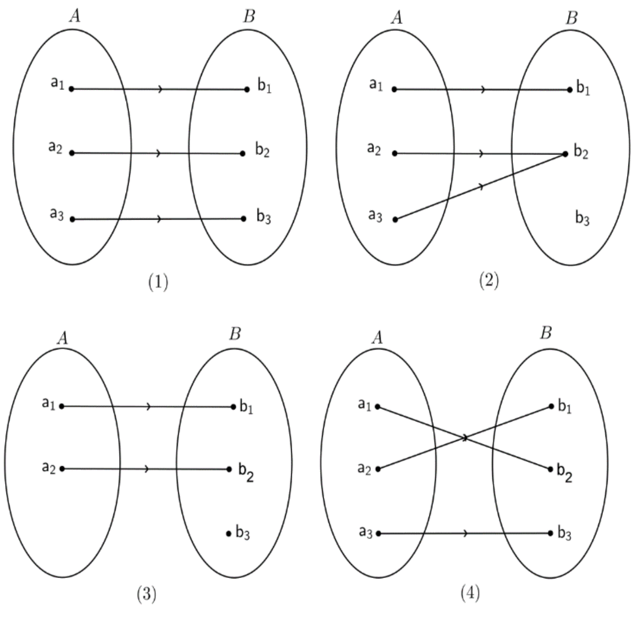
Dalam hal ini fungsi invers dari f kita tulis f^{-1}. Jika fungsi $f: A \to B$ dinyatakan dengan pasangan terurut $f: \{(a, b) | a \in A, b \in B\}$ dan f memiliki invers maka invers dari fungsi f adalah $f^{-1}: B \to A$ ditentukan oleh $f^{-1} = \{(b, a) | b \in B, a \in A\}$.

Tidak semua fungsi memiliki invers karena fungsi yang memiliki invers hanya fungsi yang bijektif. Kita miliki bahwa:

1) Misalkan fungsi $f: A \rightarrow B$, fungsi f mempunyai invers $f^{-1}: B \rightarrow A$ jika dan hanya jika f adalah fungsi *bijektif*.
2) Fungsi kuadrat secara umum tidak mempunyai invers tetapi dapat mempunyai invers jika domainnya dibatasi.
3) Cara menentukan suatu grafik mempunyai invers dapat ditarik sembarang garis sejajar sumbu x pada domainnya, bila memotong grafik hanya di satu titik, maka grafik tersebut mempunyai invers. Bila tidak demikian, maka grafik tersebut tidak mempunyai invers.

<u>Contoh 4.24</u>

a. Tentukan manakah grafik di bawah ini fungsi yang memiliki invers/tidak !



Berdasarkan diagram panah di atas, fungsi yang memiliki invers dan yang tidak memilki inves dapat dilihat sebagai berikut.

1) Nomor (1) memiliki invers, karena fungsi tersebut merupakan fungsi *bijektif*.
2) Nomor (2) tidak memiliki invers, karena fungsi tersebut bukan merupakan fungsi *bijektif*.
3) Nomor (3) tidak memiliki invers, karena fungsi tersebut bukan merupakan fungsi *bijektif*.
4) Nomor (4) memiliki invers, karena fungsi tersebut merupakan fungsi *bijektif*.

Tampak bahwa yang fungsi yang memiliki invers hanya pada gambar (1) dan (4).

b. Rumus Umum Fungsi Invers

Dalam menentukan rumus fungsi invers dari fungsi riil dapat dilakukan dengan langkah – langkah berikut.

1) Misalkan $f(x) = y$.
2) Nyatakan x sebagai fungsi dari y dari persamaan diatas.
3) Menentukan rumus f^{-1} dengan melihat persamaan $x = f^{-1}(y)$ pada bagian b.

Bentuk umum fungsi linier adalah $f(x) = ax + b$. Misalkan $f(x) = y$, maka $y = ax + b$. Kemudian nyatakan x dalam y sehingga diperoleh:

$$ax = y - b$$

$$x = \frac{y - b}{a}$$

$$f^{-1}(y) = \frac{y - b}{a}$$

Mengganti variabel y dengan variabel x sehingga diperoleh $f^{-1}(x) = \frac{x-b}{a}$.

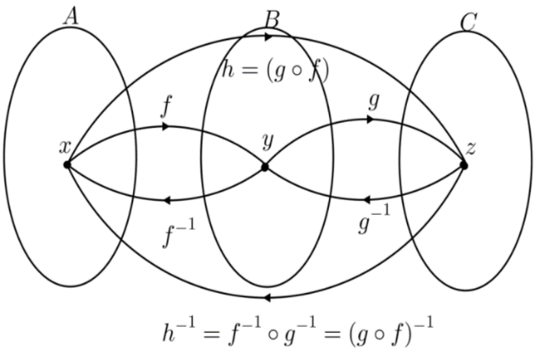
Contoh 4.25 Fungsi invers dari fungsi $f(x) = -3x + 4$ adalah $f^{-1}(x) = \frac{x-4}{-3}$ atau $f^{-1}(x) = \frac{4-x}{3}$.

c. **Invers Dari Fungsi Komposisi**

Misalkan fungsi f dan fungsi g masing-masing merupakan fungsi *bijektif* sehingga mempunyai fungsi invers f^{-1} dan g^{-1}. Misalkan $h(x)$ adalah fungsi komposisi yang dibentuk dari dua fungsi $f(x)$ dan fungsi $g(x)$. Fungsi $h(x)$ kemungkinannya adalah sebagai berikut:

1) $\boldsymbol{h(x) = (g \circ f)(x)}$

Jika terdapat fungsi komposisi $(g \circ f)$ maka, misalkan $h = (g \circ f)$ dapat dianggap menjadi satu fungsi, yaitu fungsi h. Dari diagram panah fungsi komposisi $(g \circ f)$ kita dapat menentukan invers dari $(g \circ f)$. Diagram panah untuk fungsi h dan inversnya dapat dilihat sebagai berikut.



Gambar 4.11 Fungsi Komposisi Invers $\boldsymbol{h^{-1} = (g \circ f)^{-1}}$

Pada gambar 4.11. dapat dijelaskan bahwa fungsi h^{-1} dipetakan dari fungsi g^{-1} lalu hasil petanya dipetakan kembali ke fungsi f^{-1}. Perhatikan tabel berikut ini.

Fungsi	Himpunan Domain	Himpunan Range	Fungsi Invers	Himpunan Domain	Himpunan Range
f	A	B	f^{-1}	B	A
g	B	C	g^{-1}	C	B
h	A	C	h^{-1}	C	A

Fungsi	Himpunan Domain	Himpunan Range	Fungsi Invers	Himpunan Domain	Himpunan Range
$h = g \circ f$			$h^{-1} = f^{-1} \circ g^{-1}$		

Contoh 4.26 Diketahui fungsi $h = g \circ f$ dengan $f(x) = 2x - 3$ dan $g(x) = 3x + 1$. Sehingga $h^{-1}(x)$ dapat dikerjakan dengan cara sebagai berikut.

Cara 1:$\boldsymbol{h^{-1}(x) = (g \circ f)^{-1}(x)}$

$(g \circ f)(x) = g\big(f(x)\big) = g(2x - 3) = 3(2x - 3) + 1$

$= 6x - 8$

Selanjutnya untuk menentukan $(g \circ f)^{-1}(x)$ dapat kita misalkan $y = 6x - 8$ sehingga $x = \frac{y+8}{6}$

Jadi $(g \circ f)^{-1}(x) = \frac{x+8}{6}$

Cara 2: $\boldsymbol{h^{-1}(x) = f^{-1} \circ g^{-1}(x)}$

Terlebih dahulu kita tentukan nilai $f^{-1}(x)$, yang dapat dilihat berikut ini.

Misalkan $y = 2x - 3$, sehingga:

$y = 2x - 3$

$y - 2x = 2x - 3 - 2x$

$y - 2x = -3$

$y - 2x - y = -3 - y$

$-2x = -3 - y$

$2x = y + 3$

$$\frac{2x}{2} = \frac{y}{2} + \frac{3}{2}$$

$$x = \frac{y}{2} + \frac{3}{2}$$

Jadi $f^{-1}(x) = \frac{x}{2} + \frac{3}{2} = \frac{x+3}{2}$

Selanjutnya kita kan tentukan nilai $g^{-1}(x)$ yang dapat dilihat berikut ini. Misalkan $y = 3x + 1$, sehingga $x = \frac{y-1}{3}$.

Jadi $g^{-1}(x) = \frac{x-1}{3}$.

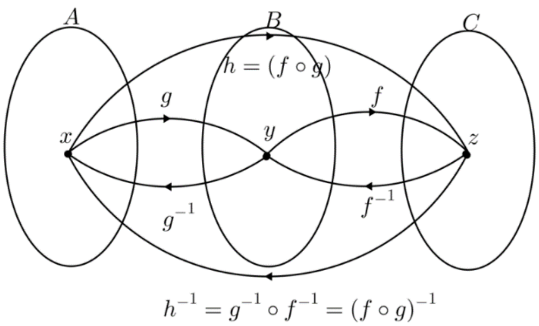
Sehingga nilai dari $h^{-1}(x) = f^{-1} \circ g^{-1}(x)$ dapat dilihat berikut ini.

$$h^{-1}(x) = f^{-1} \circ g^{-1}(x) = f^{-1}\left(g^{-1}(x)\right) = f^{-1}\left(\frac{x-1}{3}\right)$$

$$= \frac{\left(\frac{x-1}{3}\right) + 3}{2} = \frac{\left(\frac{x-1+9}{3}\right)}{2} = \frac{x+8}{6}$$

2) $\boldsymbol{h(x) = (f \circ g)(x)}$

Jika terdapat fungsi komposisi $(f \circ g)$ maka, kita misalkan $h = (f \circ g)$ dapat dianggap menjadi satu fungsi, yaitu fungsi h. Dari diagram panah fungsi komposisi, kita dapat menentukan invers dari $(f \circ g)$. Diagram panah untuk fungsi h dan inversnya dapat dilihat sebagai berikut.



Gambar 4.12 Fungsi Komposisi Invers $\boldsymbol{h^{-1} = (f \circ g)^{-1}}$

Pada gambar 4.12. dapat dijelaskan bahwa fungsi h^{-1} dipetakan dari fungsi f^{-1} lalu hasil petanya dipetakan kembali ke fungsi g^{-1}. Perhatikan tabel berikut ini.

Fungsi	Himpunan Domain	Himpunan Range	Fungsi Invers	Himpunan Domain	Himpunan Range
g	A	B	g^{-1}	B	A
f	B	C	f^{-1}	C	B
h	A	C	h^{-1}	C	A
$h = f \circ g$			$h^{-1} = g^{-1} \circ f^{-1}$		

<u>Contoh 4.27</u> Diketahui fungsi $h = f \circ g$ dengan $f(x) = 2x - 3$ dan $g(x) = 3x + 1$, Sehingga $h^{-1}(x)$ dapat dikerjakan dengan cara sebagai berikut.

<u>Cara 1: $h^{-1}(x) = (f \circ g)^{-1}(x)$</u>

$$(f \circ g)(x) = f\big(g(x)\big) = f(3x+1) = 2(3x+1) - 3$$
$$= 6x - 1$$

Selanjutnya untuk menentukan $(f \circ g)^{-1}(x)$ dapat kita misalkan $y = 6x + 3$ sehingga: $x = \frac{y+1}{6}$

Jadi $(f \circ g)^{-1}(x) = \frac{y+1}{6}$

<u>Cara 2: $h^{-1}(x) = g^{-1} \circ f^{-1}(x)$</u>

Telah diperoleh nilai $f^{-1}(x)$, yaitu $f^{-1}(x) = \frac{x}{2} + \frac{3}{2}$, sedangkan nilai $g^{-1}(x)$, yaitu $g^{-1}(x) = \frac{x-1}{3}$ $x \neq 0$.

Sehingga nilai dari $h^{-1}(x) = g^{-1} \circ f^{-1}(x)$ dapat dilihat berikut ini.

$$h^{-1}(x) = g^{-1} \circ f^{-1}(x) = g^{-1}\big(f^{-1}(x)\big) = g^{-1}\left(\frac{x+3}{2}\right)$$

$$= \frac{\left(\frac{x+3}{2}\right) - 1}{3} = \frac{x+1}{6}$$

Jadi $(g \circ f^{-1})(x) = \frac{x+1}{6}$.

7. Konsep Persamaan Linier

Persamaan adalah kalimat terbuka yang menggunakan relasi sama dengan $(=)$. Menyelesaikan persamaan berarti menentukan nilai-nilai dari faktor yang tidak diketahui dalam suatu persamaan. Faktor yang tidak diketahui nilainya disebut variabel.

Contoh 4.28

a. $x = -3$

b. $3x^2 - 4x = \sqrt{7}$

c. $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$

Persamaan garis adalah persamaan yang dapat ditulis dalam bentuk umum:

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

Dengan m adalah gradien dari suatu persamaan garis dan (x_1, y_1) adalah koordinat dari suatu titik yang dilewati oleh garis tersebut. Jika titik koordinatnya berada di $(0,0)$ maka bentuk umum dari persamaan garis menjadi $y = mx$.

Contoh 4.29

a. Misalkan $(-2,5)$ adalah koordinat dari suatu titik yang dilewati suatu garis dengan gradien -3 maka persamaan garisnya dapat dilihat sebagai berikut.

   $y - y_1 = m(x - x_1)$

   $y - 5 = -3\big(x - (-2)\big)$ … substitusi gradien dan titik koordinat

   $y - 5 = -3(x + 2)$ … sederhanakan

   $y - 5 = -3x - 6$ … sifat distributif

   $y - 5 + 5 = -3x - 6 + 5$ … kedua ruas ditambah 5

   $y = -3x - 1$

b. Misalkan terdapat persamaan garis $3x - 7y - 2 = 0$, kita dapat menentukan gradien dari persamaan garis tersebut dengan merubah bentuk umum dari persamaan garis.

   $3x - 7y - 2 = 0$

   $3x - 7y - 2 + 2 = 0 + 2$ … kedua ruas ditambah 2

$3x - 7y = 2$

$3x - 7y - 3x = 2 - 3x$ … kedua ruas dikurang $-3x$

$-7y = 2 - 3x$

$\frac{-7y}{7} = \frac{2-3x}{7}$ … kedua ruas dibagi 7

$-y = \frac{2}{7} - \frac{3}{7}x$

$y = \frac{3}{7}x - \frac{2}{7}$ … kedua ruas dikali (-1)

Sehingga nilai gradiennya adalah $\frac{3}{7}$.

Persamaan linier sederhana atau persamaan berpangkat (derajat) satu adalah suatu persamaan yang memuat satu kuantitas yang tidak diketahui (variabel) yang berbentuk $ax + b = c$, dimana a, b dan c bilangan riil dan $a \neq 0$, serta x adalah kuantitas yang tidak diketahui atau variabel.

Penyelesaian persamaan linier adalah nilai-nilai variabel yang memenuhi persamaan linier tersebut. Himpunan penyelesaian persamaan linier adalah himpunan semua penyelesaian persamaan linier. Semua operasi aritmatika dapat dilakukan terhadap suatu persamaan, selama kesamaan dari persamaan tersebut tetap dipertahankan. Nilai pengganti peubah pada persamaan-persamaan yang membuat persamaan itu benar disebut penyelesaian atau akar persamaan. Untuk menyelesaikan persamaan digunakan sifat dasar bahwa, suatu persamaan tidak berubah himpunan penyelesaiannya, jika kedua ruas persamaan:

a. Ditambah atau dikurangi dengan bilangan yang sama
b. Dikalikan atau dibagi dengan bilangan yang sama, asal bukan nol.

Contoh 4.30

a. Tentukan himpunan penyelesaian persamaan $3x + 6 = 21 - 2x$, $x \in \mathbb{R}$.

$3x + 6 = 21 - 2x$

$3x + 6 - 6 = 21 - 2x - 6$ …kedua ruas dikurangi 6

$3x = 21 - 6 - 2x$

$3x = 15 - 2x$

$3x + 2x = 15 - 2x + 2x$ …kedua ruas ditambah 2

$5x = 15$

$\frac{5x}{5} = \frac{15}{5}$ …kedua ruas dibagi dengan 5

$x = 3$

b. Ical menabung sisa uang jajannya selama 6 hari sebesar Rp 36.000,- Setiap hari Ical menyisihkan uang yang sama banyaknya. Untuk mengetahui besarnya rupiah Ical menyisihkan uangnya setiap hari dapat dilihat sebagai berikut.

Misalkan x adalah banyaknya uang yang ditabung Ical setiap hari. Ical menabung selama 6 hari sebesar Rp 36.000,-, sehingga diperoleh persamaan $6x = 36000$. Untuk menentukan banyaknya uang yang ditabung ical setiap hari dapat dilihat sebagai berikut.

$6x = 36000$

$6x.\frac{1}{6} = 36000.\frac{1}{6}$ ... kedua ruas dikalikan dengan $\frac{1}{6}$

$x = 6000$

Artinya setiap hari Ical menabung sebesar Rp 6.000

Dua atau lebih persamaan linier dikatakan setara atau ekuivalen jika himpunan penyelesaian persamaan itu sama tetapi bentuk persamaannya berbeda, dilambangkan dengan ⇔.

Contoh 4.31

a. Misalkan $2x - 8 = 16$, $x \in \mathbb{R}$ ekuivalen dengan$2x - 10 = 14$, $x \in \mathbb{R}$ karena himpunan penyelesaiannya adalah sama yaitu $\{12\}$.

Dengan menggunakan lambang ekuivalen dapat ditulis sebagai berikut:

$$2x - 8 = 16 \Leftrightarrow 2x - 10 = 14$$

b. Perhatikan bahwa $2x - 8 = 16$, $x \in \mathbb{R}$ tidak ekuivalen dengan $x - 10 = 14$, $x \in \mathbb{R}$ karena himpunan penyelesaiannya berbeda. Pada persamaan $2x - 8 = 16$ himpunan penyelesaiannya adalah $\{12\}$ sedangkan pada persamaan $x - 10 = 14$ himpunan penyelesaiannya adalah $\{24\}$. Dalam hal ini kita tulis,

$$2x - 8 = 16 \not\Leftrightarrow x - 10 = 14$$

8. Persamaan Linier Simultan

a. Dua Persamaan dan Dua Variabel

Persamaan linier dua variabel adalah persamaan yang memiliki dua variabel dan masing-masing variabel berpangkat satu dan memiliki bentuk umum $ax + by = c$ dimana a, b, c bilangan riil dan $a, b \neq 0$.

Contoh 4.32

1) $2x + 3y = -8$
2) $-4y + 7z - 12 = 0$
3) $3p - 8q = 2$

Diketahui terdapat dua buah persamaan linier dengan dua variabel x dan y seperti berikut

$$a_1x + b_1y = c_1 \ldots (1)$$

$$a_2x + b_2y = c_2 \ldots (2)$$

Dengan $x, y, a_1, a_2, b_1, b_2, c_1, c_2 \in \mathbb{R}$ dan $a_1, a_2, b_1, b_2 \neq 0$

Dua persamaan di atas dikatakan persamaan linier simultan dengan dua variabel atau suatu sistem persamaan linier dengan dua persamaan dan dua variabel. Pasangan$x$ dan y yang memenuhi persamaan (1) dan persamaan (2) dikatakan penyelesaian simultan yang dapat ditulis (x, y). Menyelesaikan persamaan linier simultan, artinya menentukan semua nilai (x, y) yang memenuhi persamaan simultan tersebut. Metode yang dapat digunakan untuk menentukan penyelesaian persamaan linier simultan dua variabel dapat dilihat pada berikut.

1) Metode Grafik

Metode grafik digunakan untuk menyelesaikan persamaan linier simultan dengan menggunakan diagram kartesius. Adapun langkah – langkah dalam menentukan penyelesaian persamaan simultan linier dua variabel dengan menggunakan metode grafik sebagai berikut.

a) Tentukan titik potong garis dengan sumbu X, syarat $y = 0$ dan tentukan titik potong garis dengan sumbu Y, syarat $x = 0$. Hal ini dapat disederhanakan dalam bentuk tabel sebagai berikut.

x	0	...
y	...	0

b) Gambar pasangan titik yang didapat pada koordinat kartesius lalu buat garis yang melalui dua titik ini.

c) Tentukan titik potong dua garis dalam persamaan linier simultan yang merupakan himpunan penyelesaian dari persamaan linier simultan ini.

Contoh 4.33 Tentukan himpunan penyelesaian persamaan linier dua variabel dari dua persamaan berikut.

$$x - y = 2 \ldots (1)$$

$$2x + y = 7 \ldots (2)$$

Langkah-langkah penyelesainnya persamaan linier dua variabel dengan metode grafik dapat dilihat sebagai berikut.

a) Menentukan titik potong garis dengan sumbu X dan Y pada persamaan (1) dan (2)

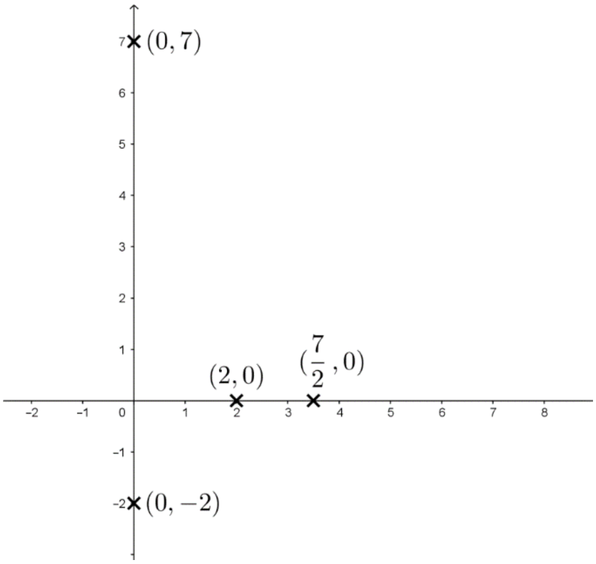
$x - y = 2$

x	0	2
y	-2	0

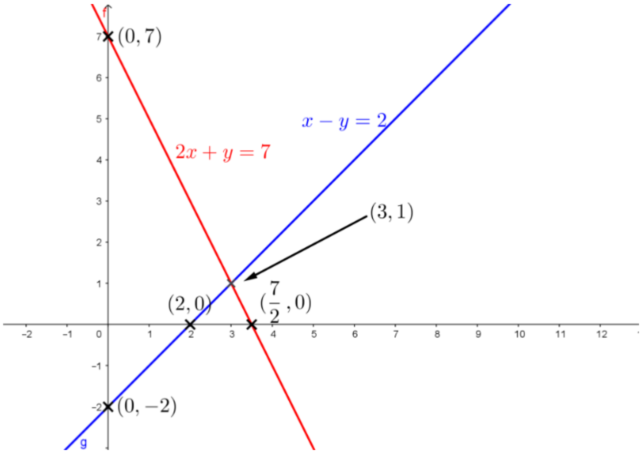
$2x + y = 7$

x	0	$\frac{7}{2}$
y	7	0

b) Gambar pasangan titik yang didapat pada koordinat kartesius



c) Menentukan titik potong kedua garis yang merupakan himpunan penyelesaian dari persamaan linier simultan dua variabel



Titik potong kedua grafik adalah (3,1). Jadi himpunan penyelesaiannya {(3,1)}

2) Metode Substitusi

Metode substitusi digunakan untuk menyelesaikan persamaan linier simultan dimulai dengan satu persamaan dari sistem dan menuliskan satu variabel dalam bentuk variabel lainnya pada persamaan ini. Adapun langkah – langkah dalam menentukan penyelesaian persamaan linier simultan dua variabel dengan menggunakan metode substitusi adalah sebagai berikut.

a) Pilih satu persamaan dan selesaikan satu variabel ke dalam bentuk variabel lainnya.

b) Substitusikan pernyataan yang diperoleh dari langkah pertama ke dalam persamaan lainnya, dan selesaikan untuk persamaan tersebut.

c) Substitusi nilai yang diperoleh dari langkah kedua ke pernyataan yang diperoleh di langkah pertama untuk menentukan variabel yang tersisa.

Contoh 4.34 Tentukan himpunan penyelesaian persamaan linier dua variabel dari dua persamaan berikut.

$$x - y = 2 \ldots (1)$$

$$2x + y = 7 \ldots (2)$$

Langkah-langkah penyelesainnya persamaan linier simultan dua variabel dengan menggunakan metode substitusi dapat dilihat sebagai berikut.

a) Pilih satu persamaan, misalkan persamaan (1) dan selesaikan satu variabel ke dalam bentuk variabel lainnya, seperti berikut.

   $x - y = 2$

   $x = 2 + y$

b) Substitusikan pernyataan yang diperoleh dari langkah pertama ke dalam persamaan (2), dan selesaikan untuk persamaan tersebut, seperti berikut.

   $2x + y = 7$

   $2(2 + y) + y = 7$

   $4 + 2y + y = 7$

   $3y + 4 = 7$

   $3y + 4 - 4 = 7 - 4$ ... kedua ruas dikurang 4

   $3y = 3$

   $y = 1$

c) Substitusi nilai $y = 1$ke persamaan $x = 2 + y$, sehingga dapat diperoleh sebagai berikut:

   $x = 2 + y$

   $x = 2 + 1$

   $x = 3$

Jadi himpunan penyelesaiannya $\{(3,1)\}$

3) Metode Eliminasi

Metode eliminasi digunakan untuk menyelesaikan persamaan linier simultan dengan mengkombinasikan penjumlahan dan pengurangan dua persamaan atau lebih sedemikian hingga dapat mengeliminasi salah satu variabel. Adapun langkah – langkah dalam menentukan penyelesaian persamaan linier simultan dua variabel dengan menggunakan metode eliminasi adalah sebagai berikut.

a) Tentukan variabel yang akan dieliminasi
b) Kalikan persamaan dengan angka yang sesuai agar koefisien variabel yang akan dieliminasi pada satu persamaan merupakan negatifnya atau sama dengan persamaan yang lain.
c) Jumlahkan atau kurangkan kedua persamaan agar mengeliminasi satu variabel.
d) Lakukan hal yang sama seperti langkah pertama sampai semua variabel ditentukan.

Contoh 4.35 Tentukan himpunan penyelesaian persamaan linier dua variabel dari dua persamaan berikut.

$$x - y = 2 \ldots (1)$$

$$2x + y = 7 \ldots (2)$$

Langkah-langkah penyelesainnya persamaan linier dua variabel dengan menggunakan metode eliminasi dapat dilihat sebagai berikut.

a) Misalkan variabel y yang akan dieliminasi
b) Karena koefisien suku y pada persamaan (1) merupakan negatif bagi suku y pada persamaan (2), maka dua persamaan tersebut dapat dieliminasi.
c) Jumlahkan persamaan (1) dan persamaan (2) agar mengeliminasi variabel y seperti berikut.

   $x - y = 2$

   $\underline{2x + y = 7} +$

$3x = 9$

$x = 3$

Lakukan hal yang sama seperti langkah pertama untuk mengeliminasi variabel x seperti mengalikan persamaan (1) dengan -2 sehingga diperoleh $-2x + 2y = -4$. Karena koefisien suku x pada persamaan (1) merupakan negatif bagi suku x pada persamaan (2), maka dua persamaan tersebut dapat dieliminasi. Jumlahkan persamaan (1) dan persamaan (2) agar mengeliminasi variabel x seperti berikut.

$$-2x + 2y = -4$$
$$\underline{2x + y = 7} +$$
$$3y = 3$$
$$y = 1$$

Jadi himpunan penyelesaiannya $\{(3,1)\}$

4) **Metode Eliminasi dan Substitusi**

Metode eliminasi dan substitusi digunakan untuk menyelesaikan persamaan linier simultan dengan menggabungkan metode eliminasi dan metode substitusi. Adapun langkah – langkah dalam menentukan penyelesaian persamaan linier simultan dua variabel dengan menggunakan metode eliminasi dan substitusi sebagai berikut.

a) Tentukan variabel yang akan dieliminasi.
b) Kalikan persamaan dengan angka yang sesuai agar koefisien variabel yang akan dieliminasi pada satu persamaan merupakan negatifnya atau sama dengan pada persamaan yang lain.
c) Jumlahkan atau kurangkan kedua persamaan agar mengeliminasi satu variabel.

d) Substitusikan nilai yang diperoleh pada langkah ketiga ke dalam persamaan awal, dan tentukan solusi untuk variabel lainnya.

<u>Contoh 4.36</u> Tentukan himpunan penyelesaian persamaan linier dua variabel dari dua persamaan berikut.

$$x - y = 2 \ldots (1)$$

$$2x + y = 7 \ldots (2)$$

Langkah-langkah penyelesainnya persamaan linier dua variabel dengan menggunakan metode eliminasi dan substitusi dapat dilihat sebagai berikut.

a) Misalkan variabel y yang akan dieliminasi.

b) Karena koefisien suku y pada persamaan (1) merupakan negatif bagi suku y pada persamaan (2), maka dua persamaan tersebut dapat dieliminasi.

c) Jumlahkan persamaan (1) dan persamaan (2) agar mengeliminasi variabel y seperti berikut.

$$x - y = 2$$

$$\underline{2x + y = 7} +$$

$$3x = 9$$

$$x = 3$$

d) Kemudian substitusi $x = 3$ pada salah satu persamaan awal, misalkan mensubstitusi $x = 3$ pada persamaan (1) maka diperoleh

$x - y = 2$

$3 - y = 2$ ... substitusi $x = 3$

$3 - y - 3 = 2 - 3$ ... kedua ruas dikurang 3

$-y = -1$

$y = 1$ ... kedua ruas dikalikan -1

Jadi himpunan penyelesaiannya $\{(3,1)\}$.

Dalam kehidupan sehari-hari, banyak sekali permasalahan – permasalahanyang dapat dipecahkan menggunakan persamaan linier simultan dua variabel. Pada umumnya, permasalahan tersebut berkaitan dengan masalah aritmetika sosial. Misalnya, menentukan harga satuan barang, menentukan panjang atau lebar sebidang tanah, dan lain sebagainya.

Contoh 4.37 Misalkan usia Soni 8 tahun lebih tua dari umur Ina. Sedangkan jumlah usia mereka adalah 44 tahun. Tentukan usia Soni dan Ina saat ini, pertama kita menentukan model matematikanya sebagai berikut

Misalkan usia Soni saat ini $= x$ tahun dan usia Ina saat ini $= y$ tahun, sehingga model matematikanya

$$x = 8 + y \ldots (1)$$

$$x + y = 44 \ldots (2)$$

Untuk menghitung usia masing-masing, dapat menggunakan metode eliminasi dan metode substitusi, dapat dilihat sebagai berikut.

Mengeliminasi variabel y terlebih dahulu sehingga:

$x - y = 8$

$\underline{x + y = 44} +$

$2x = 52$

$x = 26$

Mensubstitusi nilai x ke persamaan (1) sehingga:

$x = 8 + y$

$26 = 8 + y$ … substitusi nilai $x = 26$

$26 - 26 = 8 + y - 26$ … kedua ruas dikurang *26*

$0 = -18 + y$

$0 - y = -18 + y - y$ … kedua ruas dikurang $-y$

$-y = -18$

$y = 18$ … kedua ruas dikalikan -1

Jadi usia Soni adalah 26 tahun dan usia Ina 18 tahun.

b. Tiga Persamaan dan Tiga Variabel

Pada bagian ini kita akan menyelesaikan persamaan yang memiliki tiga variabel dan masing-masing variabel berpangkat satu. Bentuk umum persamaan linier tiga variabel dalam x, y, dan z adalah $ax + by + cz = d$ dimana a, b, c, d bilangan riil dan $a, b, c \neq 0$.

Contoh 4.38

1) $2x + 3y + 4z = -8$
2) $-4y + 7z - 12 + 3x = 0$
3) $3p - 8q = r + 2$

Diketahui terdapat tiga buah persamaan dengan tiga variabel x, y dan z adalah berbentuk $ax + by + cy = d$ dimana a, b, c, d bilangan riil dan $a, b, c \neq 0$, seperti berikut:

$$a_1x + b_1y + c_1z = d_1 \ldots (1)$$

$$a_2x + b_2y + c_2z = d_2 \ldots (2)$$

$$a_3x + b_3y + c_3z = d_3 \ldots (3)$$

Dengan $x, y, z, a_1, a_2,\ a_3, b_1, b_2, b_3, c_1, c_2, c_3, d_1, d_2, d_3 \in \mathbb{R}$ dan $a_1, a_2,\ a_3, b_1, b_2, b_3, c_1, c_2, c_3$ tidak semuanya 0.

Tiga persamaan di atas dikatakan persamaan linier simultan dengan tiga variabel atau suatu system tiga persamaan linier dengan tiga variabel. Pasangan x, y dan z yang memenuhi persamaan (1), persamaan (2) dan persamaan (3) dikatakan penyelesaian simultan yang dapat ditulis (x, y, z). Menyelesaikan persamaan linier simultan, artinya menentukan semua nilai (x, y, z) yang memenuhi persamaan simultan tersebut. Metode yang dapat digunakan untuk menentukan penyelesaian persamaan linier simultan tiga variabel sama seperti menentukan penyelesaian persamaan linier simultan dua variabel.

<u>Contoh 4.39</u> Tentukan himpunan penyelesaian sistem persamaan linier tiga variabel dari tiga persamaan berikut.

$$x + y - z = 3 \ldots (1)$$

$$2x + y + z = 5 \ldots (2)$$

$$x + 2y + z = 7 \ldots (3)$$

Langkah-langkah penyelesaian persamaan linier tiga variabel dengan menggunakan metode eliminasi dan metode substitusi dapat dilihat sebagai berikut.

1) Misalkan variabel z yang akan dieliminasi.
2) Karena koefisien suku z pada persamaan (1) merupakan negatif bagi suku z pada persamaan (2), maka dua persamaan tersebut dapat dieliminasi dengan cara menjumlahkan kedua persamaan tersebut.

$$\begin{array}{r} x + y - z = 3 \\ \underline{2x + y + z = 5} + \\ 3x + 2y = 8 \ldots (4) \end{array}$$

Mengeliminasi variabel z dari persamaan (1) dan (3) sehingga diperoleh:

$$\begin{array}{r} 2x + y + z = 5 \\ \underline{x + 2y + z = 7} - \\ x - y = -2 \ldots (5) \end{array}$$

Persamaan (5) dikali 2 sehingga didapat $2x - 2y = -4$. Eliminasi persamaan variabel y dari (4) dan (5).

$$\begin{array}{r} 3x + 2y = 8 \\ \underline{2x - 2y = -4} + \\ 5x = 4 \\ x = \frac{4}{5} \end{array}$$

3) Substitusi nilai x ke persamaan (5) sehingga diperoleh:

$x - y = -2$

$\frac{4}{5} - y = -2$ … substitusi nilai $x = \frac{4}{5}$

$\frac{4}{5} - y - \frac{4}{5} = -2 - \frac{4}{5}$ … kedua ruas dikurang $\frac{4}{5}$

$-y = -\frac{14}{5}$

$y = \frac{14}{5}$ .. kedua ruas dikali -1

Substitusi nilai x dan y ke persamaan (1) sehingga diperoleh:

$x + y - z = 3$

$\frac{4}{5} + \frac{14}{5} - z = 3$ … substitusi nilai$x = \frac{4}{5}$dan $y = \frac{14}{5}$

$\frac{18}{5} - z = 3$

$\frac{18}{5} - z - \frac{18}{5} = 3 - \frac{18}{5}$ … kedua ruas dikurang $\frac{18}{5}$

$-z = -\frac{3}{5}$

$z = \frac{3}{5}$ … kedua ruas dikalikan -1

Jadi himpunan penyelesaiannya $\left\{\left(\frac{4}{5}, \frac{14}{5}. \frac{3}{5}\right)\right\}$.

C. PENUTUP

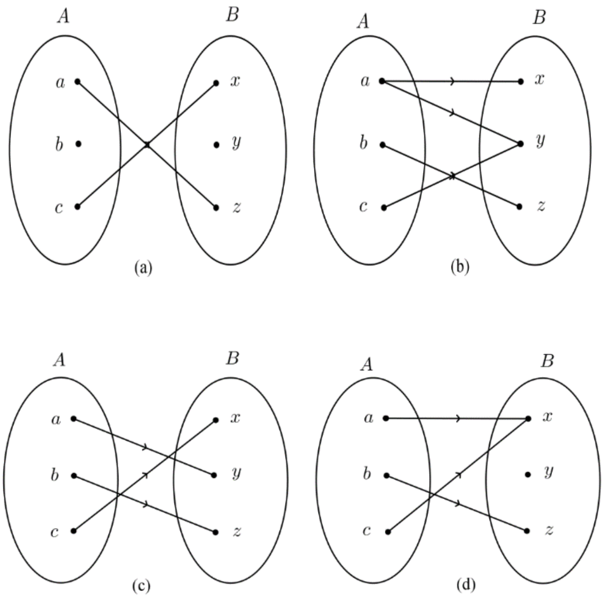
RANGKUMAN

1. Misalkan $A \times B$ adalah produk Kartesius himpunan A dan B, maka suatu relasi atau hubungan $\mathcal{R}$ dari A ke B adalah suatu himpunan bagian dari produk Kartesius $A \times B$.
2. Pada relasi $\mathcal{R} = \{(x, y) |\ x \in A \text{ dan } x \in B\}$. Himpunan ordinat pertama dari pasangan terurut (x, y) disebut daerah asal (*domain*), himpunan B, disebut daerah kawan (*kodomain*), himpunan bagian dari B yang bersifat $y \in B$ dengan $(x, y) \in \mathcal{R}$ disebut daerah hasil (*range*) relasi $\mathcal{R}$.
3. Suatu relasi $\mathcal{R} = \{(x, y) |\ x \in A \text{ dan } x \in B\}$ dapat dinyatakan dalam himpunan pasangan berurutan, diagram panah, koordinat kartesius, tabel, matriks.
4. Misalkan A dan B suatu himpunan. Suatu fungsi dari A ke B adalah suatu relasi khusus dari A ke B. Secara formal, fungsi dari A ke B, ditulis $f: A \to B$, adalah suatu relasi dari A ke B yang memasangkan setiap anggota dari A dengan tepat satu anggota B.
5. Ada beberapa fungsi khusus yang sering digunakan dalam keperluan tertentu pada ilmu matematika, yaitu fungsi konstan, fungsi satuan (identitas), fungsi kaki, fungsi modulus, fungsi polynomial, fungsi rasional.
6. Sifat sifat fungsi diantara lain, fungsi satu –satu (injektif), fungsi pada (surjektif), fungsi bijektif.
7. Misalkan f adalah suatu fungsi $f: A \to B$, dan misalkan untuk suatu $a \in A$, petanya adalah $f(a) = b \in B$. Prapeta dari $b \in B$ dinotasikan dengan $f^{-1}(\{b\})$ adalah himpunan $f^{-1}(\{b\}) = \{a \in A |\ f(a) = b\}$.
8. Komposisi fungsi adalah penggabungan operasi dua fungsi secara berurutan sehingga menghasilkan sebuah fungsi baru.

9. Misalkan fungsi f dan fungsi g masing-masing merupakan fungsi *bijektif* sehingga mempunyai fungsi invers f^{-1} dan g^{-1}.
10. Persamaan adalah adalah kalimat terbuka yang menggunakan relasi sama dengan $(=)$.
11. Gradien suatu garis adalah perbandingan antara selisih koordinat y dan koodinat x dari dua titik yang terletak pada garis itu.
12. Bentuk umum dari persamaan garis yang dapat ditulis $y - y_1 = m(x - x_1)$ dengan m adalah gradien dari suatu persamaan garis dan (x_1, y_1) adalah koordinat dari suatu titik yang berada di garis.
13. Metode yang dapat digunakan untuk menentukan penyelesaian persamaan linier simultan dua variabel dan dua persamaan adalah metode grafik, metode substitusi, metode eliminasi, dan metode eliminasi substitusi.

TES FORMATIF

1. Relasi antara dua himpunan A dan B dinyatakan sebagai himpunan pasangan berurutan $\mathcal{R} = \{(0,0), (1,2), (2,4), (3,6), (4,8)\}$. Tulislah anggota – anggota himpunan A dan B yang mungkin dengan mendaftar anggota – anggotanya!
2. Gambarlah diagram panah dari kedua himpunan pada nomor 1!
3. Tuliskan relasi yang terbentuk dari himpunan A ke himpunan B sebagai fungsi dari A ke B (pada nomor 1)!
4. Dari diagram di bawah ini, Tentukan mana yang merupakan fungsi/bukan!



5. Diketahui $g(x) = x^2 + 2$ dengan domain $D_g = \{x | -4 < x < 2, x \in \mathbb{Z}\}$ dan kodomain bilangan bulat. Tuliskan domain D_g dengan mendaftar anggota-anggotanya.
6. Tentukan daerah hasil R_g. (pada nomor 5)
7. Tentukan apakah fungsi $f(x) = x^2 - 6x + 2$ termasuk fungsi injektif, fungsi surjektif, atau fungsi bijektif!
8. Diketahui $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ dengan $f(x) = 2x - 5$. Tentukan $f^{-1}(x)$!

9. Tentukan rumus fungsi $g(x)$ jika diketahui $f(x) = x + 3$ dan $(f \circ g)(x) = 3x - 5$!
10. Tentukan persamaan garis jika $(-2, -5)$ adalah koordinat dari suatu titik yang dilewati suatu garis dengan gradien -2 !
11. Tentukan himpunan penyelesaian persamaan $6x + 3 = 14 - 4x, x \in \mathbb{R}$!
12. Tentukan himpunan penyelesaian sistem persamaan linier dua variabel dan dua persamaan dari $2x + y = 5$ dan $-3x + 2y = -1$!
13. Tentukan himpunan penyelesaian persaman linier dua variabel dari $-2x + 3y = 5$ dan $-x + y = -1$!
14. Tentukan solusi persamaan linier simultan berikut menggunakan metode eliminasi substitusi!

$$3x_1 - 2x_3 + x_2 = 1$$
$$-4x_2 - 5x_1 + x_3 = -4$$
$$x_1 + x_2 + 3x_3 = 1$$

15. Tentukan solusi persamaan linier simultan berikut menggunakan metode eliminasi dan substitusi!

$$3x_1 - 2x_3 + x_2 = 3$$
$$-4x_2 - 5x_1 + x_3 = -5$$
$$x_1 + x_2 + 3x_3 = 1$$

KUNCI JAWABAN

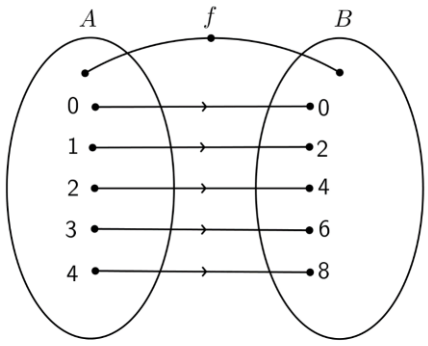
1. Relasi antara dua himpunan A dan B dinyatakan sebagai himpunan pasangan berurutan $\mathcal{R} = \{(0,0),(1,2),(2,4),(3,6),(4,8)\}$. Tulislah anggota – anggota himpunan A dan B yang mungkin dengan mendaftar anggota – anggotanya!

   Penyelesaian:

   $$A = \{0,1,2,3,4\}$$
   $$B = \{0,2,4,6,8\}$$

2. Gambarlah diagram panah dari kedua himpunan pada nomor 1!

   Penyelesaian:

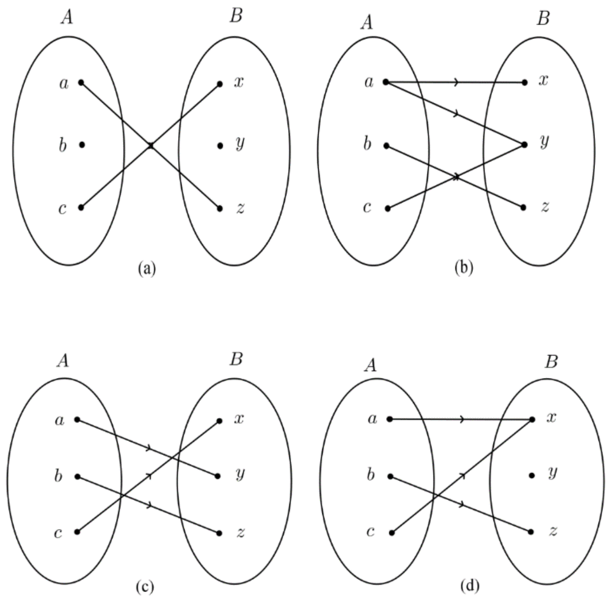
   

3. Tuliskan relasi yang terbentuk dari himpunan A ke himpunan B sebagai fungsi dari A ke B (pada nomor 1)!

   Penyelesaian:

   Setiap anggota di himpunan A dua kali di himpunan B, jadi dapat didefinisikan $f(x) = 2x,$ untuk setiap $x \in \{0,1,2,3,4\}$.

4. Dari diagram di bawah ini, Tentukan mana yang merupakan fungsi/bukan!



Penyelesaian:

Misalkan $A = \{a, b, c\}$ dan $B = \{x, y, z\}$.

a. Diagram panah (a) merupakan bukan fungsi karena $b \in A$ tidak terpasang dengan anggota B.

b. Diagram panah (b) merupakan bukan fungsi karena $a \in A$ memiliki dua pasangan di B.

c. Diagram panah (c) merupakan fungsi.

d. Diagram panah (d) merupakan fungsi.

5. Diketahui $g(x) = x^2 + 2$ dengan domain $D_g = \{x | -4 < x < 2, x \in \mathbb{Z}\}$ dan kodomain bilangan bulat. Tuliskan domain D_g dengan mendaftar anggota-anggotanya.

   Penyelesaian: $D_g = \{-3, -2, -1, 0, 1\}$

6. Tentukan daerah hasil R_g. (pada nomor 5)

   Penyelesaian: $R_g = \{2, 3, 6, 11\}$.

7. Tentukan apakah fungsi $f(x) = x^2 - 6x + 2$ termasuk fungsi injektif, fungsi surjektif, atau fungsi bijektif!

Penyelesaian: Fungsi f bukan termasuk fungsi injektif karena $f(2) = f(4) = -6$, fungsi f bukan fungsi surjektif karena $f(x) \geq -7$ untuk setiap bilangan x. Kita simpulkan f bukan fungsi bijektif.

8. Diketahui $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ dengan $f(x) = 2x - 5$. Tentukan $f^{-1}(x)$!

   Penyelesaian: Kita ketahui bahwa jika $f(x) = ax + b,\ a \neq 0$ maka $f^{-1}(x) = \frac{x-b}{a}$, $a \neq 0$. Sehingga $f^{-1}(x) = \frac{x+5}{2}$.

9. Tentukan rumus fungsi $g(x)$ jika diketahui $f(x) = x + 3$ dan $(f \circ g)(x) = 3x - 5$!

   Penyelesaian: $g(x) = 3x - 8$.

10. Tentukan persamaan garis jika $(-2, -5)$ adalah koordinat dari suatu titik yang dilewati suatu garis dengan gradien -2 !

    Penyelesaian: $y = -2x - 9$

11. Tentukan himpunan penyelesaian persamaan $6x + 3 = 14 - 4x$, $x \in \mathbb{R}$!

    Penyelesaian: $x = \frac{11}{10}$

12. Tentukan himpunan penyelesaian sistem persamaan linier dua variabel dan dua persamaan dari $2x + y = 5$ dan $-3x + 2y = -1$!

    Penyelesaian: $\{\frac{\mathbf{11}}{\mathbf{7}}, \frac{13}{7}\}$

13. Tentukan himpunan penyelesaian persaman linier dua variabel dari $-2x + 3y = 5$ dan $-x + y = -1$!

    Penyelesaian: $\{8{,}7\}$

14. Tentukan solusi persamaan linier simultan berikut menggunakan metode eliminasi substitusi!

$$3x_1 - 2x_3 + x_2 = 1$$
$$-4x_2 - 5x_1 + x_3 = -4$$
$$x_1 + x_2 + 3x_3 = 1$$

    Penyelesaian: $x_1 = 0$, $x_3 = 0$ dan $x_2 = 1$.

15. Tentukan solusi persamaan linier simultan berikut menggunakan metode eliminasi dan substitusi!

$$3x_1 - 2x_3 + x_2 = 3$$

$$-4x_2 - 5x_1 + x_3 = -5$$

$$x_1 + x_2 + 3x_3 = 1$$

Penyelesaian: $x_1 = 1$, $x_2 = 0$ dan $x_3 = 0$.

RENCANA TINDAK LANJUT

Cocokanlah jawaban Anda dengan Kunci Jawaban Tes Formatif yang terdapat dibagian akhir bab ini. Hitunglah jawaban yang benar. Kemudian, gunakan rumus berikut untuk mengetahui tingkat penguasaan Anda terhadap materi ini.

$$\text{Tingkat penguasaan}(x) = \frac{\text{Jumlah jawaban yang benar}}{\text{Jumlah pertanyaan}} \times 100\%$$

Arti tingkat penguasaan :

$100\% \leq x < 90\%$ baik sekali

$90\% \leq x < 80\%$ baik

$80\% \leq x \leq 70\%$ cukup

$x < 70\%$ kurang

Apabila mencapai tingkat penguasaan 80% atau lebih, Anda dapat meneruskan dengan materi bab selanjutnya. Jika masih di bawah 80% Anda harus mengulangi materi bab ini, terutama bagian yang belum dikuasai.

GLOSARIUM

Pasangan terurut	: Sepasang bilangan x dan y dengan x dalam urutan pertama dan y dalam urutan kedua, dapat ditulis sebagai (x, y).
Domain	: Daerah asal
Kodomain	: Daerah kawan
Range	: Daerah hasil
Fungsi *injektif*	: jika $x_1 \neq x_2$ maka $f(x_1) \neq f(x_2)$ untuk setiap $x_1, x_2 \in A$, atau hal ini ekuivalen dengan jika $f(x_1) = f(x_2)$ maka $x_1 = x_2$.
Fungsi *surjektif*	: jika *range* dari f sama dengan *kodomain* dari f atau ditulis $R_f = B$.
Fungsi *bijektif*	: jika f adalah fungsi *injektif* dan *surjektif*.
Persamaan	: Persamaan adalah kalimat terbuka yang menggunakan relasi sama dengan $(=)$.

DAFTAR PUSTAKA

Durbin, John R. 2009. *Modern Algebra An Instroduction*. New York: John Wley& Sons, Incorporated.

Jeffrey, Alan. 2010.*Matrix Operations for Engineers and Scientists*. New York: Springer.

Kolman, Bernard. dan Hill, David R.2005. *Introductory Linear Algebra*. United States Of America: Pearson Prentice Hall.

Rosiyanti, Hastri. 2017. Matematika Dasar untuk Mahasiswa Tingkat Pertama. Ciputat: Fakultas Ilmu Pendidikan Universitas Muhammadiyah Jakarta.